# Eksamen MAT1005 Matematikk 2P-Y Våren 2015

**DEL 1**
**Uten hjelpemidler**

## Oppgave 1 (2 poeng)

| Dag | Temperatur |
|---|---|
| Mandag | 4 °C |
| Tirsdag | 10 °C |
| Onsdag | 12 °C |
| Torsdag | 5 °C |
| Fredag | 6 °C |
| Lørdag | |

Tabellen ovenfor viser hvordan temperaturen har variert i løpet av noen dager.

Hva må temperaturen være på lørdag dersom medianen av målingene skal bli 7 °C?

Medianen er det midterste tallet når tallene er plassert i stigende rekkefølge. Dersom det er to tall i midten, er medianen gjennomsnittet av disse to tallene.

4 °C    5 °C    6 °C    x °C    10 °C    12 °C

$x$ må være 8 °C, ettersom $\frac{6+8}{2}=7$

Dersom medianen skal bli 7 °C, må temperaturen på lørdag være 8 °C

## Oppgave 2 (1 poeng)

En vare koster i dag 240 kroner. Prisen er da satt ned med 20 %.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

Vekstfaktoren er 0,8.

$$x \cdot 0{,}8 = 240$$
$$x = \frac{240}{0{,}8} = \frac{2400}{8} = 300$$

Varen kostet 300 kroner før prisen ble satt ned.

## Oppgave 3 (1 poeng)

Regn ut

$$\frac{(6a)^2 \cdot b^2}{9a \cdot b^{-2}} = \frac{36a^2 \cdot b^2}{9a \cdot b^{-2}} = \frac{36}{9} \cdot a^{2-1} \cdot b^{2-(-2)} = \underline{\underline{4a \cdot b^4}}$$

## Oppgave 4 (5 poeng)

Tenk deg at du har ti bananer i skapet. Fem av dem er gule, tre er grønne, og to er blitt brune.

Du tar tilfeldig to bananer.

a) Bestem sannsynligheten for at du ikke tar en brun banan.

Dette kan skje på fire måter: gul og gul, grønn og grønn, gul og grønn eller grønn og gul.

$$P(\text{ikke brun banan}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{20+6+15+15}{90} = \frac{56}{90} = \underline{\underline{\frac{28}{45}}}$$

b) Bestem sannsynligheten for at du tar én gul og én grønn banan.

Dette kan skje på to måter: gul og grønn eller grønn og gul.

$$P(\text{én gul og én grønn banan}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

c) Bestem sannsynligheten for at du tar to bananer med samme farge.

Dette kan skje på tre måter: gul og gul, grønn og grønn eller brun og brun.

$$P(\text{to bananer med samme farge}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{20+6+2}{90} = \frac{28}{90} = \underline{\underline{\frac{14}{45}}}$$

## Oppgave 5 (6 poeng)

| Alder | Frekvens |
|---|---|
| $[20,30\rangle$ | 10 |
| $[30,40\rangle$ | 20 |
| $[40,50\rangle$ | 30 |
| $[50,70\rangle$ | 40 |

Tabellen ovenfor viser aldersfordelingen for lærerne ved en skole.

a) Bestem gjennomsnittsalderen for lærerne ved skolen.

Gjennomsnittsalderen er summen av klassemidtpunkt multiplisert med frekvens, og dividert på det totale antall lærere:

$$\frac{25\cdot 10+35\cdot 20+45\cdot 30+60\cdot 40}{10+20+30+40}=\frac{250+700+1350+2400}{100}=\frac{4700}{100}=47$$

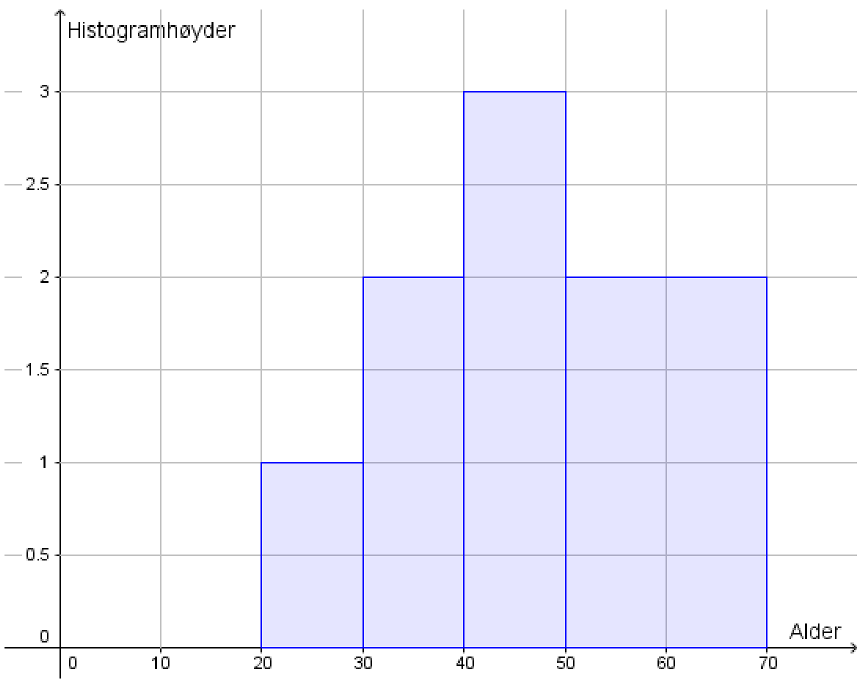
Gjennomsnittsalderen for lærerne ved skolen er 47 år.

b) Lag et histogram som viser aldersfordelingen for lærerne.

Jeg finner først histogramhøydene ved å dividere frekvens på klassebredde:

$$\frac{10}{10}=1$$
$$\frac{20}{10}=2$$
$$\frac{30}{10}=3$$
$$\frac{40}{20}=2$$

Histogram:



c) Utvid tabellen med en kolonne som viser relativ frekvens, og en kolonne som viser kumulativ frekvens.

| Alder | Frekvens | Relativ frekvens | Kumulativ frekvens |
|---|---|---|---|
| $[20,30\rangle$ | 10 | 0,1 | 10 |
| $[30,40\rangle$ | 20 | 0,2 | 30 |
| $[40,50\rangle$ | 30 | 0,3 | 60 |
| $[50,70\rangle$ | 40 | 0,4 | 100 |
| Sum | 100 | 1 | |

## Oppgave 6 (6 poeng)

Karl står på balkongen og kaster en ball opp i lufta. Etter t sekunder er ballen tilnærmet *h*(t) meter over bakken, der

$$h(t) = -5t^2 + 10t + 15$$

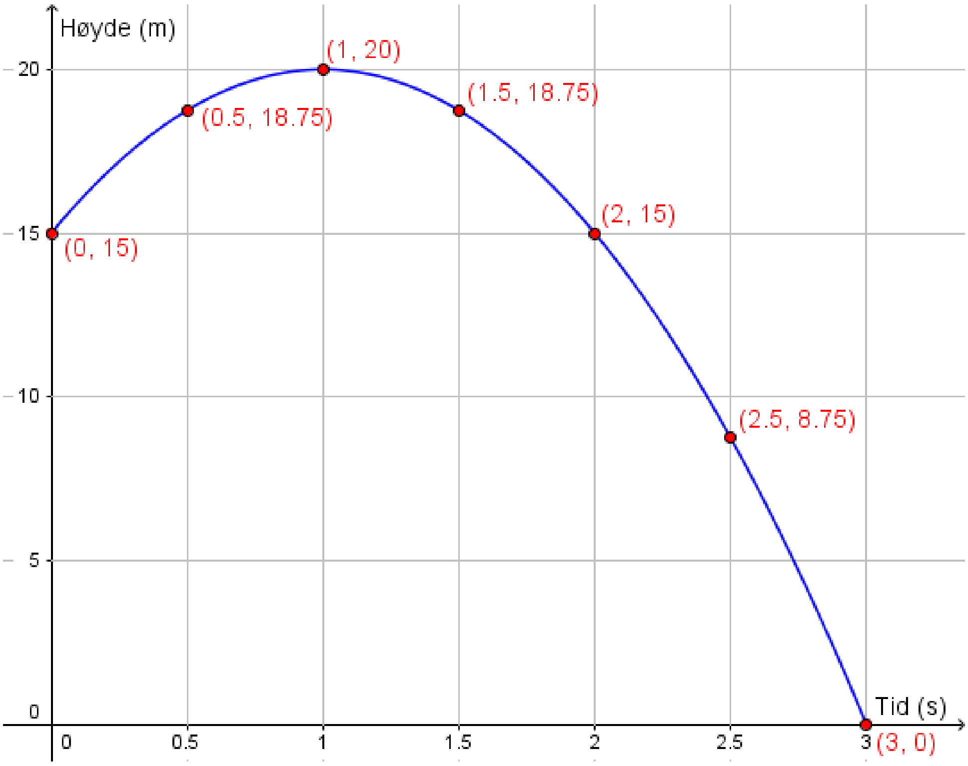
a) Fyll ut tabellen nedenfor

| $t$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h(t)$ | 15 | 18,75 | 20 | 18,75 | 15 | 8,75 | 0 |

Beregninger:

$$h(0) = -5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0 + 15 = 15$$
$$h(0,5) = -5 \cdot 0,5^2 + 10 \cdot 0,5 + 15 = -1,25 + 5 + 15 = 18,75$$
$$h(1) = -5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 + 15 = -5 + 10 + 15 = 20$$
$$h(1,5) = -5 \cdot 1,5^2 + 10 \cdot 1,5 + 15 = -11,25 + 15 + 15 = 18,75$$
$$h(2) = -5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 + 15 = -20 + 20 + 15 = 15$$
$$h(2,5) = -5 \cdot 2,5^2 + 10 \cdot 2,5 + 15 = -31,25 + 25 + 15 = 8,75$$
$$h(3) = -5 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3 + 15 = -45 + 30 + 15 = 0$$

b) Tegn grafen til *h*.




c) Gi en praktisk tolkning av verdiene av $h(0)$ og $h(3)$.

<u>$h(0) = 15$ forteller oss at steinen var 15 meter over bakken da den ble kastet.</u>

<u>$h(3) = 0$ forteller oss at steinen treffer bakken etter tre sekunder.</u>

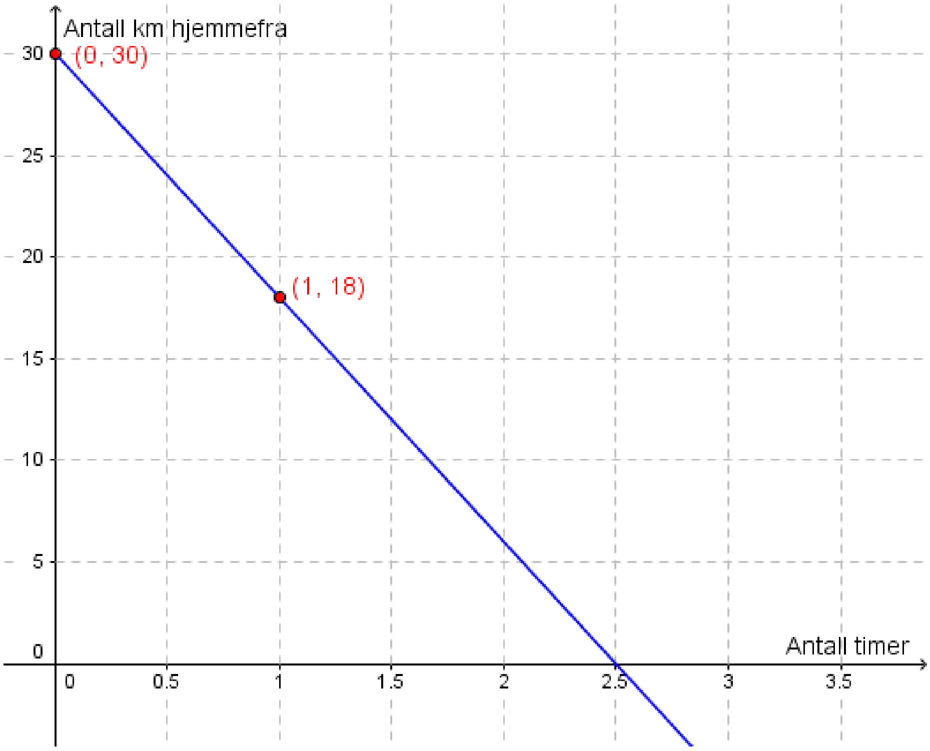
## Oppgave 7 (3 poeng)

Sigurd er 30 km fra hjemmet sitt. Han sykler hjemover med en konstant fart på 12 km/h.

Lag en grafisk framstilling som viser sammenhengen mellom antall timer og antall kilometer han er hjemmefra.

Hvor lang tid tar det før han kommer hjem?

Jeg plotter de to punktene (0, 30) og (1, 18) i et koordinatsystem, og tegner en stråle gjennom disse to punktene og ned på *x*-aksen.




Det tar to og en halv time før Sigurd er hjemme.

**DEL 2**
**Med hjelpemidler**

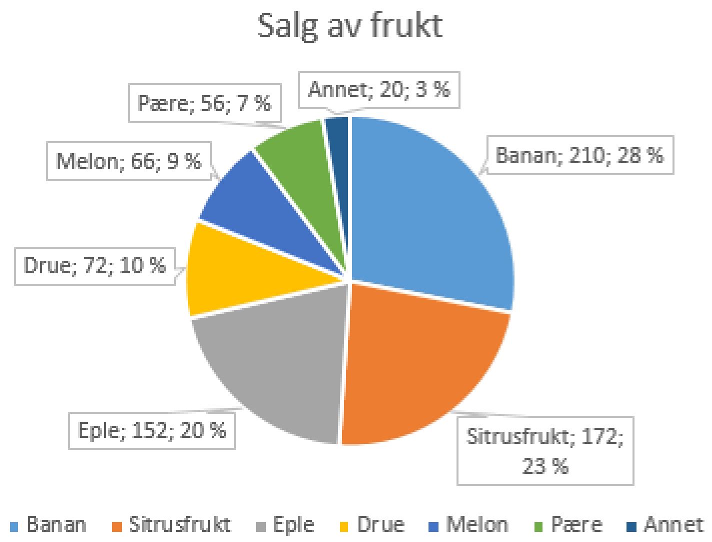
## Oppgave 1 (2 poeng)

Tabellen nedenfor viser hvor mye frukt en dagligvarebutikk har solgt i en periode.

| Frukt | Kilogram (kg) |
|---|---|
| Banan | 210 |
| Sitrusfrukt | 172 |
| Eple | 152 |
| Drue | 72 |
| Melon | 66 |
| Pære | 56 |
| Annet | 20 |

Bruk regneark til å lage et sektordiagram som illustrerer opplysningene som er gitt i tabellen ovenfor. Det skal gå klart fram av diagrammet hvor mange prosent hver fruktsort utgjør av det totale salget.

Jeg skriver tabellen i Excel, markerer den og velger «sett inn sektordiagram».



## Oppgave 2 (3 poeng)

Tallene nedenfor viser temperaturen målt i grader celsius klokka 16 den 30. juni de siste 20 årene i by A.

20 18 20 19 19 21 20 22 22 18 17 18 22 19 21 20 22 22 21 17

a) Bruk regneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for datamaterialet.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Temperatur | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 20 | 18 | 20 | 19 | 19 | 21 | 20 | 22 | 22 | 18 | 17 | 18 | 22 | 19 | 21 | 20 | 22 | 22 | 21 | 17 |
| 3 | Gjennomsnitt: | | | | 19,9 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Standardavvik: | | | | 1,670329309 | | | | | | | | | | | | | | | |

Med formler:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Temperatur | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 20 | 18 | 20 | 19 | 19 | 21 | 20 | 22 | 22 | 18 | 17 | 18 | 22 | 19 | 21 | 20 | 22 | 22 | 21 | 17 |
| 3 | Gjennomsnitt: | | | | =GJENNOMSNITT(A2:T2) | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Standardavvik: | | | | =STDAV.P(A2:T2) | | | | | | | | | | | | | | | |

Gjennomsnittstemperaturen er 20 °C, og standardavviket er 1,7 °C.

Tilsvarende data er samlet inn i by B. Gjennomsnittet her er 20,8 °C, og standardavviket er 3,4 °C.

Noen planlegger et større utearrangement 30. juni neste år og er avhengige av varmt vær. Arrangementet skal finne sted enten i by A eller i by B.

b) Hvilket råd vil du gi arrangørene ut fra de oppgitte dataene?

Gjennomsnittstemperaturen i by B er høyere enn i by A, men standardavviket er større i by B. Det betyr at det er mer variasjon i temperaturen fra dag til dag i by B enn i by A. Av den grunn vil jeg råde arrangørene å velge by A, ettersom de der kan regne med en temperatur på 20 ± 1,7 °C

## Oppgave 3 (3 poeng)

Tabellen nedenfor viser antall kvinnelige studenter i Norge noen utvalgte år.

| År | 2001 | 2003 | 2005 | 2007 | 2009 | 2011 | 2013 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Antall kvinnelige stundenter | 53553 | 58237 | 59562 | 63292 | 62957 | 68391 | 73332 |

La $x = 0$ svare til år 2000, $x = 1$ til år 2001, og så videre.

a) Bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en lineær modell som viser hvordan antall kvinnelige studenter har utviklet seg i denne perioden.

Jeg bruker CAS i GeoGebra:

1 RegLin[{(1,53553),(3,58237),(5,59562),(7,63292),(9,62957),(11,68391),(13,73332)}]

$\approx \; y = 1482.86x + 52380.57$

Den lineære modellen blir $\underline{\underline{f(x) = 1482,86x + 52380,57}}$

b) Hvor stor har økningen i antall kvinnelige studenter vært i gjennomsnitt per år i denne perioden?

Stigningstallet i modellen er 1482,86.

Den årlige økningen i antall kvinnelige studenter har i snitt vært på ca. 1483 kvinner per år.

## Oppgave 4 (4 poeng)

Tenk deg at du har fått i oppgave å teste et nytt vitamintilskudd. Du velger tilfeldig ut 80 personer. Alle 80 tror de får vitamintabletter, men i virkeligheten får bare 60 av personene vitamintabletter, mens resten får tabletter uten vitaminer.

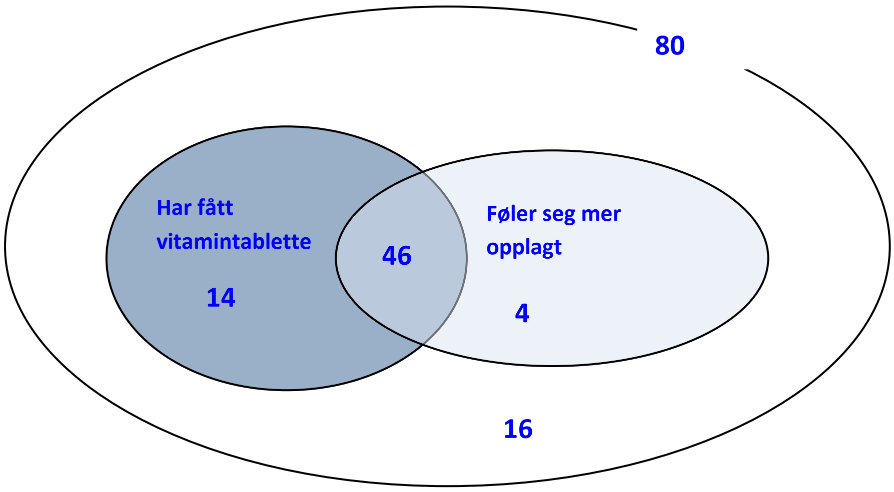
Etterpå svarer 50 personer at de føler seg mer opplagte. Av disse 50 er det 4 som ikke har fått vitamintabletter.

a) Systematiser opplysningene ovenfor i et venndiagram eller i en krysstabell.

Krysstabell:

| | **Føler seg mer opplagt** | **Føler seg ikke mer opplagt** | **Sum** |
|---|---|---|---|
| **Har fått tabletter med vitaminer** | 46 | 14 | 60 |
| **Har får tabletter uten vitaminer** | 4 | 16 | 20 |
| **Sum** | 50 | 30 | 80 |

Venndiagram:



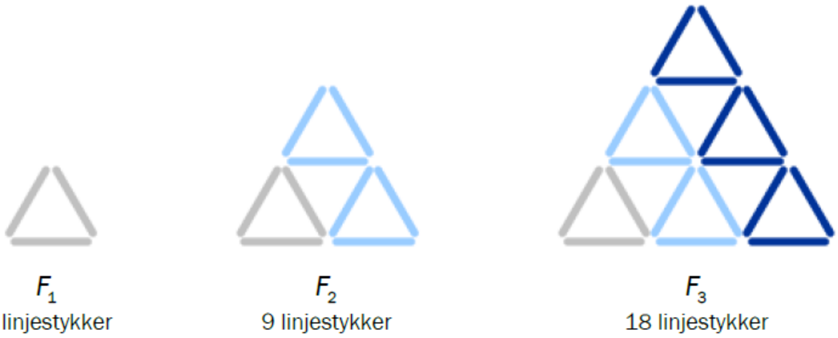

b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person som har fått vitamintabletter, føler seg mer opplagt etterpå.

$$P(\text{mer opplagt} \mid \text{har fått vitamintabletter}) = \frac{46}{60} \approx \underline{\underline{76{,}7\ \%}}$$

c) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person som føler seg mer opplagt etterpå, har fått vitamintabletter.

$$P(\text{har fått vitamintabletter} \mid \text{mer opplagt}) = \frac{46}{50} \approx \underline{\underline{92\ \%}}$$

## Oppgave 5 (7 poeng)




Ovenfor ser du tre figurer $F_1$, $F_2$ og $F_1$. Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

a) Hvor mange linjestykker vil det være i $F_4$?

I $F_1$ er det 3 linjestykker.
I $F_2$ er det 9 linjestykker.
I $F_3$ er det 18 linjestykker.

I $F_4$ vil det være $4 \cdot 3 = 12$ linjestykker mer enn i $F_3$.

<u>Det vil være 30 linjestykker i $F_4$.</u>

b) Forklar hvordan antall linjestykker endrer seg fra figur til figur, og lag et regneark som gir en oversikt over antall linjestykker i de 20 første figurene $F_1, F_2, \ldots, F_{20}$

I $F_4$ vil det være $4 \cdot 3 = 12$ linjestykker mer enn i $F_3$, i $F_5$ vil det være $5 \cdot 3 = 15$ linjestykker mer enn i $F_4$, i $F_6$ vil det være $6 \cdot 3 = 18$ linjestykker mer enn i $F_5$ osv.

Regneark:

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Figur *F* | Antall linjestykker |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | 9 |
| 4 | 3 | 18 |
| 5 | 4 | 30 |
| 6 | 5 | 45 |
| 7 | 6 | 63 |
| 8 | 7 | 84 |
| 9 | 8 | 108 |
| 10 | 9 | 135 |
| 11 | 10 | 165 |
| 12 | 11 | 198 |
| 13 | 12 | 234 |
| 14 | 13 | 273 |
| 15 | 14 | 315 |
| 16 | 15 | 360 |
| 17 | 16 | 408 |
| 18 | 17 | 459 |
| 19 | 18 | 513 |
| 20 | 19 | 570 |
| 21 | 20 | 630 |

Med formler:

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Figur *F* | Antall linjestykker |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | =B2+A3*3 |
| 4 | 3 | =B3+A4*3 |
| 5 | 4 | =B4+A5*3 |
| 6 | 5 | =B5+A6*3 |
| 7 | 6 | =B6+A7*3 |
| 8 | 7 | =B7+A8*3 |
| 9 | 8 | =B8+A9*3 |
| 10 | 9 | =B9+A10*3 |
| 11 | 10 | =B10+A11*3 |
| 12 | 11 | =B11+A12*3 |
| 13 | 12 | =B12+A13*3 |
| 14 | 13 | =B13+A14*3 |
| 15 | 14 | =B14+A15*3 |
| 16 | 15 | =B15+A16*3 |
| 17 | 16 | =B16+A17*3 |
| 18 | 17 | =B17+A18*3 |
| 19 | 18 | =B18+A19*3 |
| 20 | 19 | =B19+A20*3 |
| 21 | 20 | =B20+A21*3 |

Antall linjestykker i figur $F_n$ kan skrives som et andregradsuttrykk.

c) Bruk regresjon til å bestemme dette andregradsuttrykket.

Jeg legger inn tallene i b) i et regneark i GeoGebra, markerer området og velger så kommandoen *Lag liste med punkt*. Listen får da navnet *Liste1*, og jeg skriver så inn kommandoen *RegPoly[Liste1, 2]* I CAS for å finne andregradsuttrykket.

| | |
|---|---|
| 1 | RegPoly[Liste1, 2] |
| | $\rightarrow\ 1.5\,x^2 + 1.5\,x$ |

Andregradsuttrykket blir $F(n) = 1{,}5n^2 + 1{,}5n$

d) Bruk andregradsuttrykket du fant i oppgave c) til å bestemme hvor mange linjestykker det vil være i $F_{20}$

$F(20) = 1{,}5 \cdot 20^2 + 1{,}5 \cdot 20 = 630$

<u>Det vil være 630 linjestykker i $F_{20}$.</u>

## Oppgave 6 (6 poeng)

Du skal kjøpe ny sykkel, og du vil forsikre den. Dersom sykkelen blir stjålet, må du betale 2000 kroner i egenandel på forsikringen.

Anta at sykkelen koster *P* kroner som ny. Dersom sykkelen blir stjålet før det har gått et år, vil du få utbetalt (*P* - 2000) kroner i erstatning fra forsikringsselskapet. Erstatningen avtar med 10 % per år.

a) Forklar at $F(x)=(P-2000)\cdot 0{,}9^x$ er en modell for hvor mye du får utbetalt dersom sykkelen blir stjålet etter *x* år.

Sykkelen avtar i verdi med 10 % hver år. Vekstfaktoren blir 0,9. Dersom sykkelen blir stjålet etter ett år må du betale (*P* – 2000) kroner multiplisert med 0,9. Dersom sykkelen blir stjålet etter *x* antall år må en opphøye vekstfaktoren i *x*.

Du velger å kjøpe en sykkel som koster 10 000 kroner.

b) Hvor mye får du utbetalt dersom sykkelen blir stjålet etter 7 år?

$(10000-2000)\cdot 0{,}9^7=3826{,}38$

Dersom sykkelen blir stjålet etter 7 år får du utbetalt 3826 kroner.

For å forsikre sykkelen må du betale 150 kroner i forsikringspremie per år.
Anta at sykkelen blir stjålet etter *x* år.

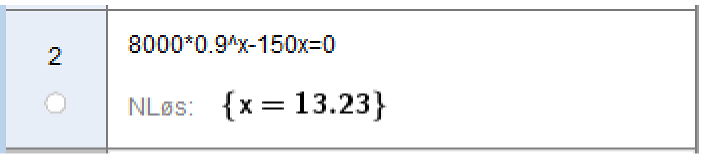
c) Sett opp en modell som viser hvor mye du totalt sitter igjen med når du tar hensyn til det du har betalt i forsikringspremie i løpet av disse x årene.

$\underline{\underline{8000\cdot 0{,}9^x-150x}}$

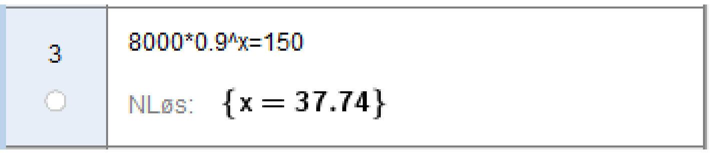
Din venn Ronny mener at du bør si opp forsikringsavtalen etter 13 år.

d) Ta utgangspunkt i modellen du fant i oppgave c) og kommenter Ronnys utsagn.

Ved å sette funksjonsuttrykket i c) lik 0, finner jeg tidspunktet der det jeg får utbetalt dersom sykkelen blir stjålet, utgjør like mye som det jeg til sammen har betalt inn i årlig forsikringspremie de årene jeg har hatt sykkelen. Jeg regner i CAS i GeoGebra:




Etter 13,23 år har jeg betalt like mye i forsikringspremie som det jeg kommer til å få igjen dersom sykkelen blir stjålet. Det er nok dette Ronny tenker på, men jeg vil jo fortsatt få igjen mer på forsikringen i de påfølgende årene enn det jeg betaler i årlig forsikringspremie, dersom sykkelen skulle blir stjålet da. Ved å sette uttrykket $8000\cdot 0{,}9^x$ lik 150 kan jeg finne ut når det jeg vil få igjen på forsikringen er lavere enn det jeg betaler i årlig forsikringspremie. Jeg regner i CAS i GeoGebra:




Etter 37 år bør jeg uansett si opp avtalen, fordi jeg da får igjen mindre enn de 150 kroner jeg må betale i forsikringspremie, men akkurat når det er lurest å si den opp, er ikke så lett å svare på. Etter 13 år vil jeg fortsatt få igjen $8000 \text{ kr} \cdot 0{,}9^{13} \approx 2030 \text{ kr}$, som jo er betraktelig mer enn de 150 kronene jeg betaler i forsikringspremie det året. Dersom sykkelen ikke blir stjålet ville jeg ventet noen år til, til beløpet jeg ville fått utbetalt hadde blitt så lavt at jeg jeg ikke lenger følte at det var noe særlig poeng i å betale forsikring. For eksempel etter 25 år, når jeg ikke ville fått igjen mer enn $8000 \text{ kr} \cdot 0{,}9^{25} \approx 570 \text{ kr}$.

## Oppgave 7 (6 poeng)

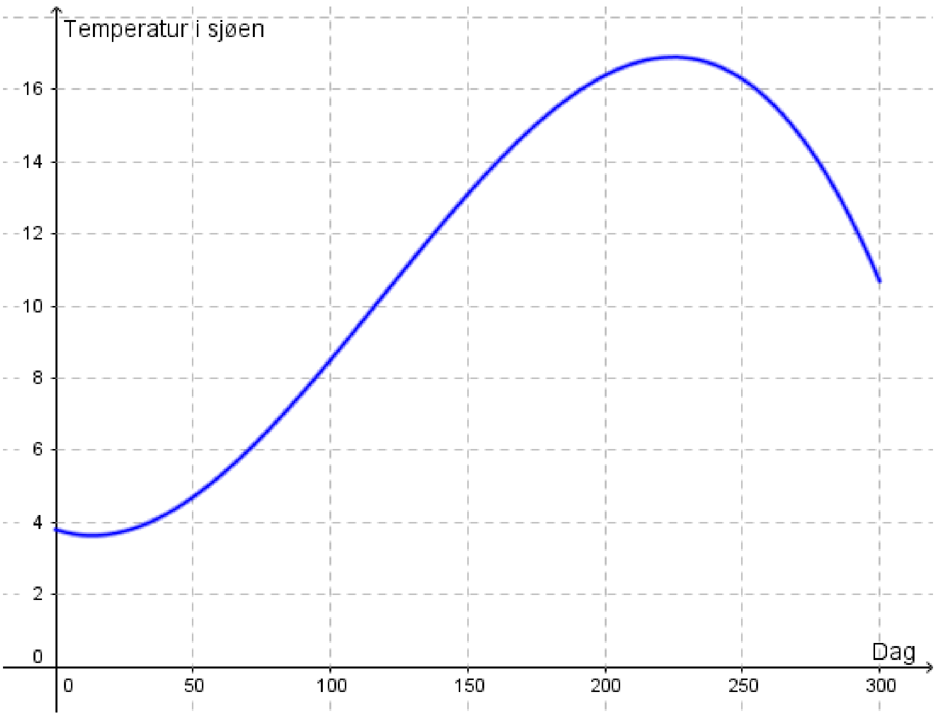
Funksjonen *f* gitt ved

$$f(x) = -0{,}0000028x^3 + 0{,}001x^2 - 0{,}025x + 3{,}8 \qquad 0 \le x \le 300$$

viser temperaturen f (x) grader celsius i sjøen et sted på Sørlandet *x* dager etter 31. desember 2013.

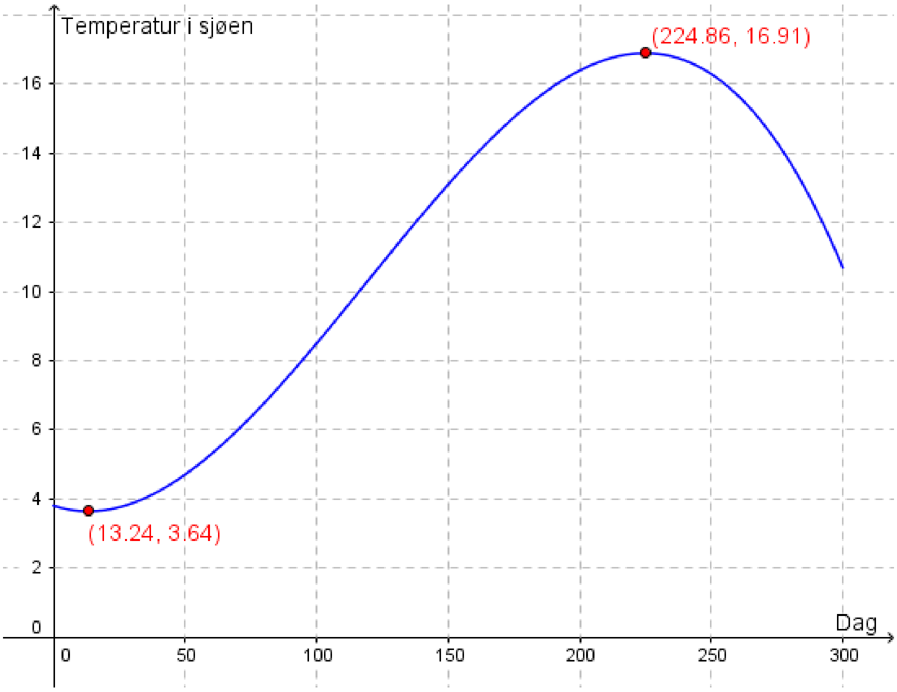
a) Bruk graftegner til å tegne grafen til *f*.

Jeg tegner grafen i GeoGebra:




Bestem forskjellen mellom høyeste og laveste temperatur.

Jeg finner topp- og bunnpunkt ved å bruke kommandoen *Ekstremalpunkt[f]*.

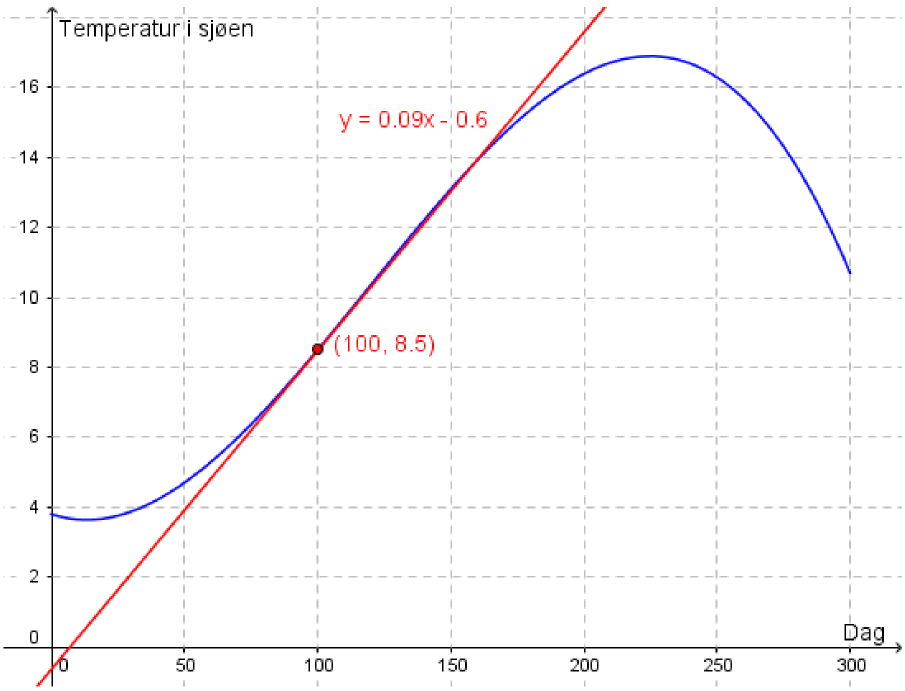



$16{,}91 - 3{,}64 = 13{,}27$

Forskjellen mellom høyeste og laveste temperatur er 13,3 °C.

b) Bestem $f(100)$ og den momentane vekstfarten til $f$ når $x = 100$.
Hva forteller disse svarene?

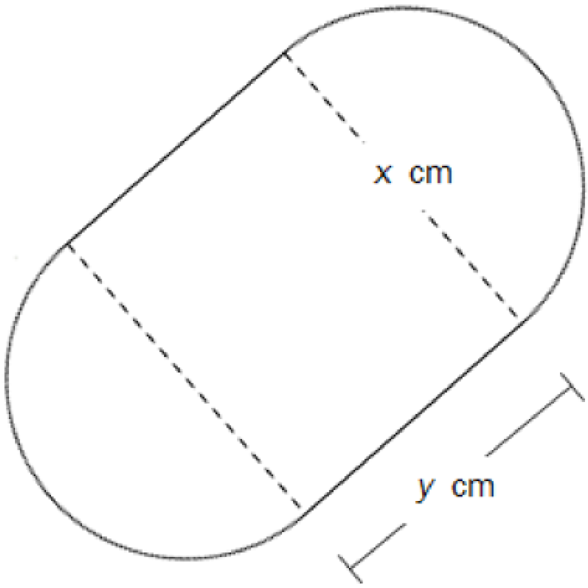
Jeg skriver inn koordinatene (100, $f(100)$) i innskrivingsfeltet og får dette punktet markert på grafen. Deretter bruker jeg kommandoen *Tangenter* for å finne den momentane vekstfarten til $f$ i dette punktet. Den momentane vekstfarten er stigningstallet til tangenten.




$f(100) = 8{,}5$ og den momentane vekstfarten er 0,09.

Dette betyr at temperaturen 100 dager etter 31. desember 2013 er 8,5, og at temperaturen denne dagen øker med en fart på 0,09 °C per dag.

## Oppgave 8 (5 poeng)




Tenk deg at du skal lage en boks. Bunnen og toppen av boksen skal være satt sammen av et rektangel og to halvsirkler og ha form som vist på figuren ovenfor. Sideflaten skal stå vinkelrett på topp og bunn. Sett bredden i rektanglet lik *x* cm, lengden lik *y* cm og høyden lik *h* cm.

a) Forklar at volumet *V* av boksen er gitt ved

$$V = \left( \pi \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^2 + x \cdot y \right) \cdot h$$

Vi kan dele boksen i to romfigurer: Én sylinder og ett rett firkantet prisme. Sylinderen har en radius på *x* cm og en høyde på *h* cm. Volumet blir da $V_{\text{sylinder}} = \pi \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^2 \cdot h$

Prismet er *x* cm bredt, *y* cm langt og *h* cm høy. Volumet blir da $V_{\text{prisme}} = x \cdot y \cdot h$

Volumet av boksen blir summen av disse to volumene:

$$V = \pi \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^2 \cdot h + x \cdot y \cdot h = \underline{\underline{\left( \pi \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^2 + x \cdot y \right) \cdot h}}$$

Summen av lengden og bredden i rektanglet skal være 10 cm, og summen av bredden og høyden skal være 5 cm.

b) Forklar at $y = 10 - x$ og $h = 5 - x$, og bruk dette til å sette opp et uttrykk for volumet av boksen uttrykt med *x*.

Summen av lengden og bredden skal være 10 cm, dvs. $y + x = 10$. Ved å snu litt rundt på dette får vi $y = 10 - x$.

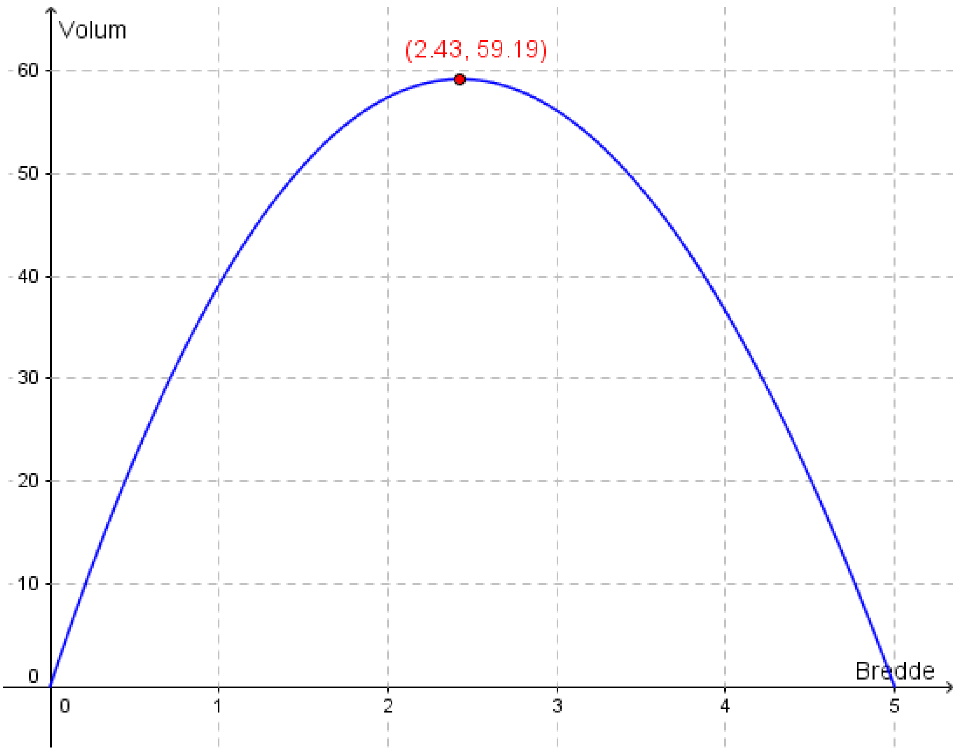
Summen av bredden og høyden skal være 5 cm, dvs. $x + h = 5$. Ved å snu litt rundt på dette får vi $h = 5 - x$.

Jeg setter dette inn i formelen i a), og får:

$$\underline{\underline{V = \left(\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + x \cdot (10 - x)\right) \cdot (5 - x)}} \quad , \quad x \in \langle 0, 5 \rangle$$

c) Bruk graftegner til å bestemme hvor bred boksen må være for at volumet skal bli størst mulig.

Jeg tegner grafen til uttrykket i b) i GeoGebra, og finner toppunktet ved å bruke kommandoen *Ekstremalpunkt[V].*




Volumet blir størst når bredden er 2,4 cm.

## Bildeliste

Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Løsninger: Roar Edland-Hansen, NDLA matematikk.