Funksjoner S1, Prøve 1 løsning

Del 1

Tid: 60 min

Hjelpemidler: Skrivesaker, passer og linjal.

Oppgave 1

Gitt funksjonen $f(x)=x^3-3x+2$.

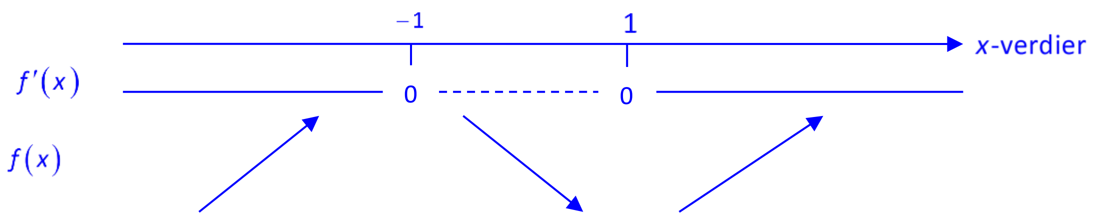
a) Bestemt koordinatene til skjæringspunktet mellom grafen til f og y-aksen.

Skjæringspunktet har koordinatene $\left(0, f(0)\right)=\underline{\underline{(0,2)}}$.

b) Finn $f'(x)$.

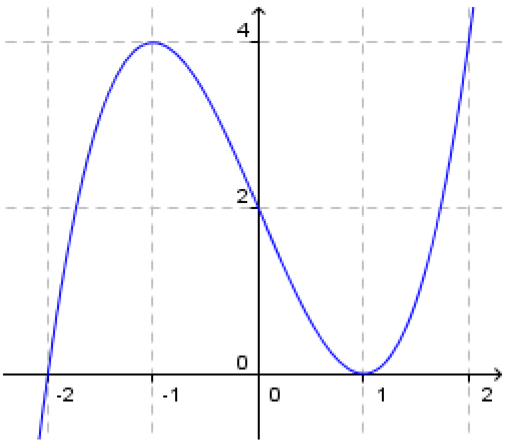
$f'(x)=\underline{\underline{3x^2-3}}=\underline{\underline{3(x+1)(x-1)}}$

c) Tegn fortegnskjema til $f'(x)$. Bruk dette til å finne eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.



Funksjonen har toppunkt $\left(-1, f(-1)\right)=\underline{\underline{(-1,4)}}$ og bunnpunkt $\left(1, f(1)\right)=\underline{\underline{(1,0)}}$.

d) Tegn grafen til f for $x\in[-2,2]$.



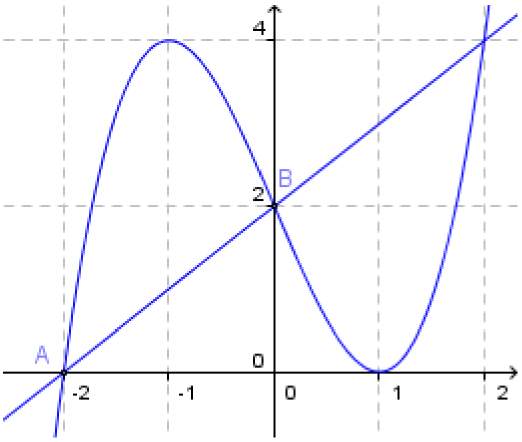
e) Bruk grafen til å bestemme funksjonens nullpunkter.

Nullpunktene er $\underline{\underline{(-2,0)}}$ og $\underline{\underline{(1,0)}}$.

f) Finn gjennomsnittlig veksthastighet fra $x=-2$ til $x=0$ både grafisk og ved regning.

Grafisk. Vi finner stigningstallet for sekanten gjennom punktene A og *B*, se figuren.

Gjennomsnittlig veksthastighet blir $\frac{2}{2}=\underline{\underline{1}}$.



Ved regning finner vi $\frac{f(0)-f(-2)}{0-(-2)}=\frac{2-0}{0+2}=\underline{\underline{1}}$.

g) Bestem momentan veksthastighet for $x=-2$.

Momentan veksthastighet er $f'(-2)=3(-2)^2-3=\underline{\underline{9}}$.

h) Undersøk om det er andre punkter på grafen som har samme momentane veksthastighet som det du fant i g).

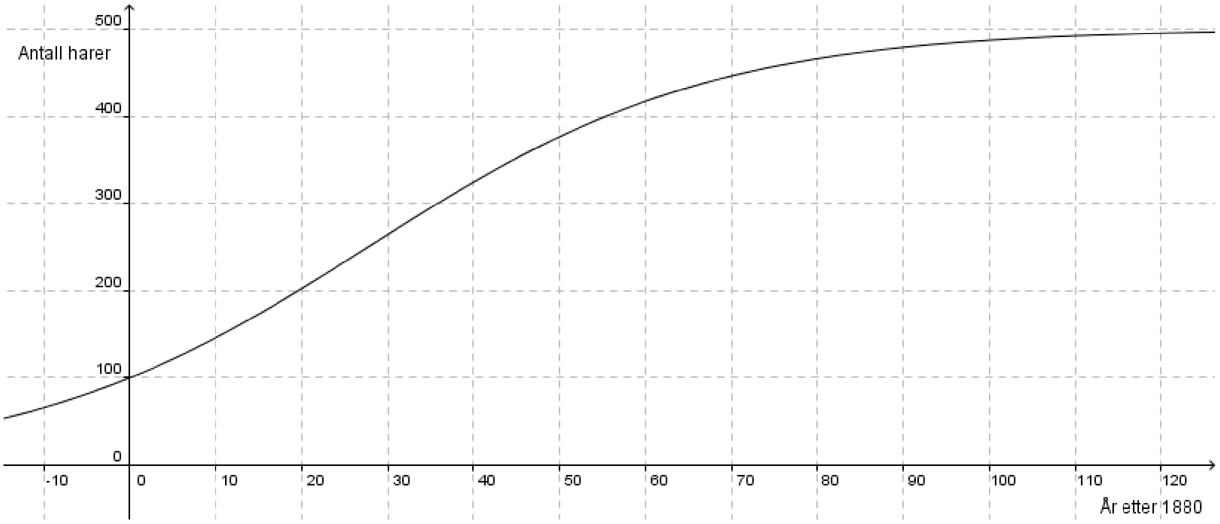
Vi undersøker det ved å løse likningen.

$$f'(x)=9$$
$$3x^2-3=9$$
$$3x^2=12$$
$$x=\pm 2$$

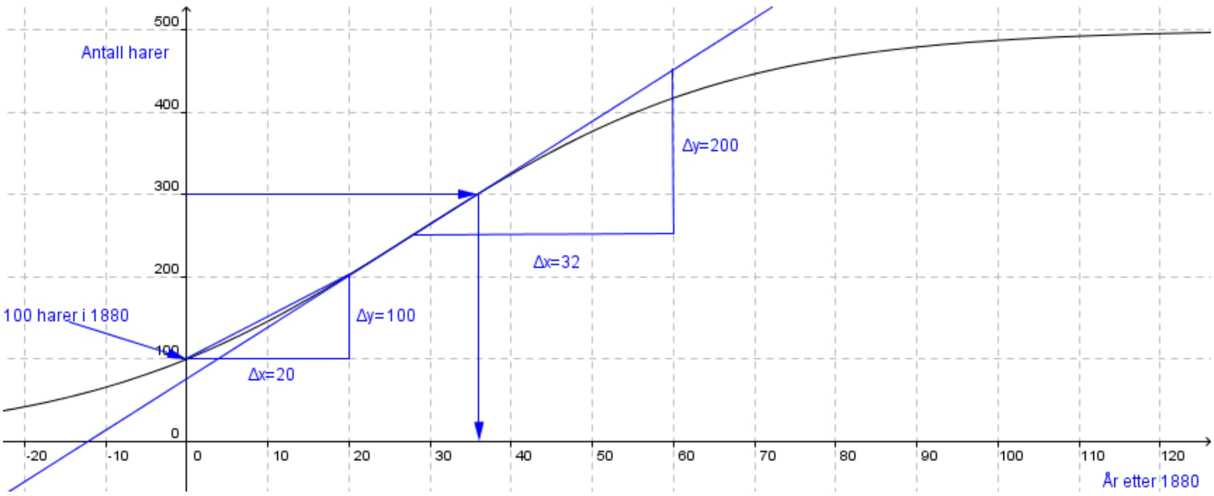
Når $x=2$ er den momentane veksthastighet lik 9, altså den samme som vi fant for $x=-2$.

Oppgave 2

Figuren viser utviklingen i en populasjon av harer på en øy fra 1880 til 2000.



a) Hvor mange harer var det på øya i 1880?



Vi leser av på grafen. Det var 100 harer i 1880.

b) Når var det 300 harer på øya?

Avlesning viser at ca. 36 år etter 1880, altså i 1916, var det 300 harer.

c) Hvor mye vokste harebestanden fra 1880 til 1900?

Harebestanden vokste med100 dyr. Bestanden ble altså doblet.

d) Bestem gjennomsnittlig veksthastighet fra 1880 til 1900.

Gjennomsnittlig veksthastighet var $\dfrac{100\text{harer}}{20\text{ år}} = \underline{\underline{5\text{ harer/år}}}$.

e) Bestem den største momentane veksthastigheten ved å lese av på grafen.

Vi flytter en tangent langs grafen og finner den tangenten som har høyest stigningstall. Se grafen.

Den største momentane veksthastighet er ca. $\dfrac{200\text{ harer}}{32\text{ år}} = \underline{\underline{6{,}25\text{ harer/år}}}$.

Del 2

Tid: 60 min

Hjelpemidler: Alle, unntatt kommunikasjon.

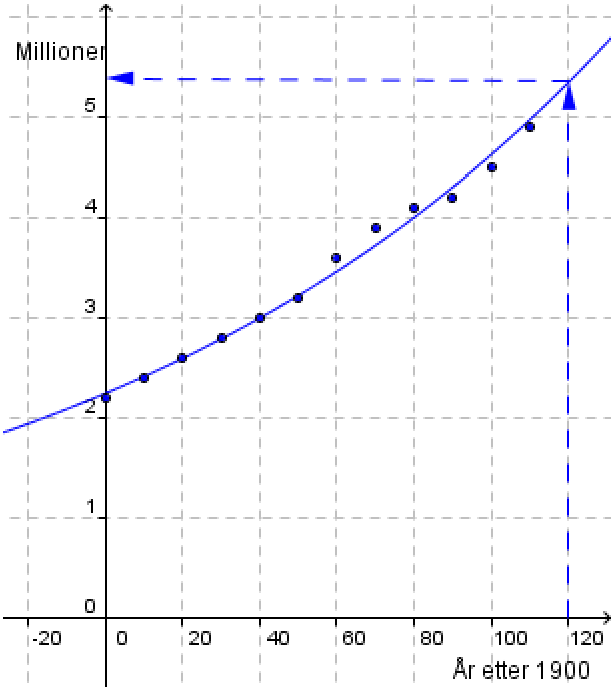
Oppgave 3

Tabellen viser befolkningsutviklingen i Norge fra 1900 til 2010 i millioner.

År	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Befolkning	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,6	3,9	4,1	4,2	4,5	4,9

La x være antall år etter 1900.

a) Bruk digitalt verktøy og plott punktene inn i et koordinatsystem.



b) Vis at eksponentialfunksjonen $f(x) = 2{,}25e^{0{,}0072x}$ passer godt med dataene fra tabellen.

Bruker eksponentiell regresjon i Geogebra og får $f(x) = \underline{\underline{2{,}25e^{0{,}0072x}}} \approx \underline{\underline{2{,}25 \cdot 1{,}0072^x}}$.

c) Tegn grafen til funksjonen i samme koordinatsystem som punktene fra tabellen.

Se grafen i a).

d) Hvilket folketall kan vi forvente i 2020? Løs oppgaven både grafisk og ved regning.

Avlesning på grafen gir et folketall i 2020 på <u>ca. 5,3 millioner</u>. Ved regning får vi $f(120) = 2{,}25e^{0{,}0072 \cdot 120} = 5{,}34$. Altså <u>5,34 millioner</u>.

e) Bestem den prosentvise årlige veksten i folketallet ut fra funksjonsuttrykket.

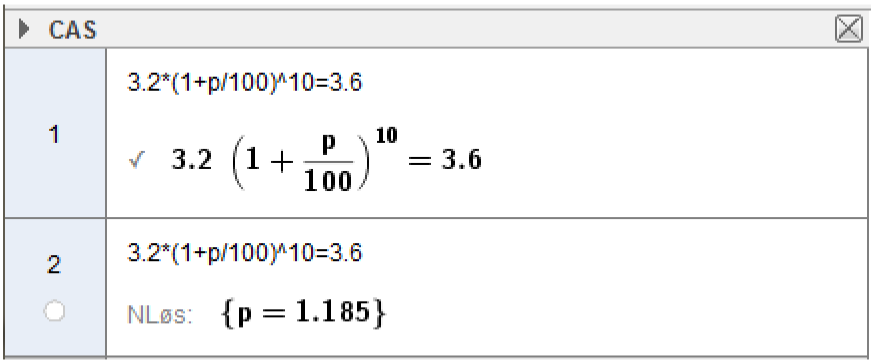
Ut fra uttrykket $f(x) = 2{,}25 \cdot 1{,}0072^x$ ser vi at vekstfaktoren er $1{,}0072$. Det svarer til en årlig vekst på $\underline{\underline{0{,}72\%}}$.

f) Bruk tabellen og bestem det tiåret den prosentvise veksten var minst og det tiåret den var størst.

Vi ser at veksten var minst fra 1980 til 1990. Da var den 0,1 millioner. Veksten var på 0,4 millioner både fra 1950 til 1960 og fra 2000 til 2010. Siden utgangspunktet var lavere i 1950 enn i 2000, betyr det at den prosentvise årlige veksten var størst fra 1950 til 1960.

g) Bestem den prosentvise årlige veksten fra 1950 til 1960.

Befolkningen økte i det tiåret fra 3,2 millioner til 3,6 millioner. Vi finner den prosentvise årlige veksten ved å løse likningen



I perioden fra 1950 til 1960 var den prosentvise årlige veksten på $\underline{\underline{1{,}18\%}}$.