

Funksjoner S1, Prøve 2

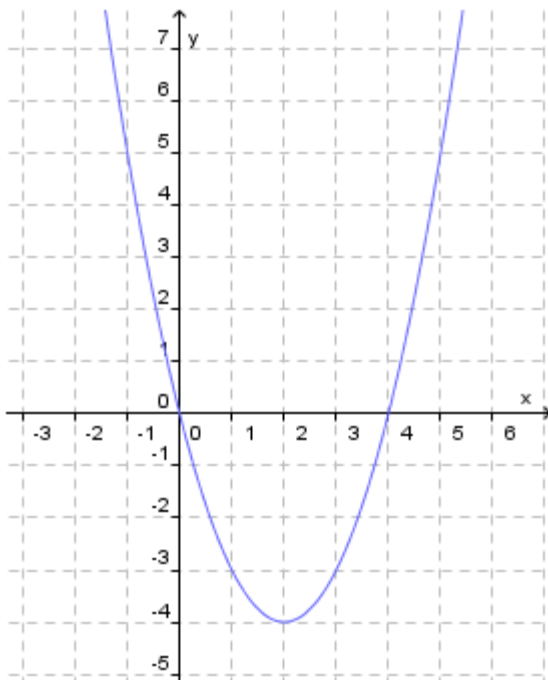
Del 1

Tid: 40 min

Hjelpemidler: Skrivesaker



Oppgave 1



Figuren ovenfor viser grafen til en funksjon f .

Tegn en fortegnslinje for $f(x)$ og en fortegnslinje for $f'(x)$.

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x - 8$$

- Finn $f(1)$ og bestem funksjonens nullpunkter.
- Bestem koordinatene til skjæringspunktet med y -aksen, likningen for symmetrilinja og koordinatene til bunnpunktet.
- Tegn grafen til f i et koordinatsystem.
- Finn likningen for tangenten til grafen i punktet $(-2, -8)$.
Tegn denne tangenten i samme koordinatsystem som grafen til f .

Oppgave 3

$$f(x) = x^2 + 4x + 8$$

Bruk definisjonen av den deriverte og regn deg fram til et generelt uttrykk for $f'(x)$.

Oppgave 4

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{-3x + 6}{x - 3}$$

Bestem likningene for asymptotene og tegn grafen til f med asymptoter i et koordinatsystem.

Del 2

Tid: 80 min

Hjelpemidler: Alle hjelpemidler. Ikke Internett eller andre former for kommunikasjon.



Oppgave 5

Forskere har undersøkt vekstutviklingen til trær i et bestemt skogområde. Det viser seg at høyden til et tre, målt i meter, tilnærmet kan beskrives med en matematisk modell.

I de første 8 årene etter at et tre er plantet ut, gjelder

$$h(x) = 0,02x^3 - 0,25x^2 + 1,25x + 0,15$$

der x er antall år etter utplantingen.

- Tegn grafen til h i et koordinatsystem og bestem hvor høyt et tre er ett år etter at det er plantet.
- Et tre er ca. 3 meter høyt.
Hvor lenge er det siden treet ble plantet?
- Hvor mye vokser et tre i gjennomsnitt per år de fire første årene etter utplantingen?
- Hvor mye vokser et tre per år to år etter utplantingen?
- Finn $h'(x)$ og tegn grafen til den deriverte. Forklar hvordan du kan bruke denne grafen til å finne ut når et tre vokser raskest og når det vokser seinst (det vil si når den momentane vekstfarten er størst og når den er minst).

Oppgave 6

Siri skal på tur, og undersøker tilbud på leiebil. Hun vil leie bil i én uke, og hun kan velge mellom to tilbud:

- A. Leie for én uke 3 500 kroner uavhengig av hvor langt hun kjører.
- B. Leie for én uke 4 500 kroner uavhengig av hvor langt hun kjører.

I begge tilfeller må hun betale bensinen selv.

Tilbud A gjelder en gammel bil med forholdsvis høyt bensinforbruk. Vi regner her at bilen i tilbud A bruker 0,9 liter/mil.

Tilbud B gjelder en ny bil som har et bensinforbruk på 0,5 liter/mil.

Regn med at bensinprisen er 15 kr/liter .

- a) Vis at $A(x) = 1,35x + 3500$ gir utgiftene i kroner dersom hun kjører x kilometer i løpet av uka med tilbud A.
- b) Finn et uttrykk $B(x)$ som gir utgiftene i kroner dersom hun kjører x kilometer i løpet av uka med tilbud B.
- c) Undersøk hvor langt hun må kjøre for at det skal svare seg å bruke tilbud B.

Siri har planlagt turen nøye og vet at hun kommer til å kjøre ca. 160 mil. Men hun er usikker på bensinprisen.

- d) La nå literprisen på bensin være den variable, x , og bestem to uttrykk, $a(x)$ og $b(x)$ som gir kostnaden i kroner for å leie bil i én uke og kjøre 160 mil med henholdsvis tilbud A og tilbud B.
- e) Undersøk hva bensinprisen må være for at det skal lønne seg å velge tilbud B.

Oppgave 7

I 2011 passerte folketallet i Oslo 600 000. Tabellen viser folketallet i Oslo fra 2003 til 2012 i tusen.

År	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Befolkning i tusen	517	522	530	538	549	560	575	587	599	613

a) Bruk digitalt verktøy og plott punktene i et koordinatsystem.

La x være antall år etter 2003.

b) Bruk regresjon og finn en eksponentialfunksjon og en lineær funksjon som passer godt med dataene fra tabellen. Tegn grafene til funksjonene i samme koordinatsystem som punktene fra tabellen.

c) Når passerer folketallet i Oslo 700 000 ifølge de to modellene?

d) Hva forteller de to funksjonsuttrykkene om den årlige veksten i folketallet?