Algebra R2, Prøve 2 løsning

# Uten hjelpemidlerDel 1

**Tid:** 70 min  
**Hjelpemidler:** Skrivesaker

# Oppgave 1

I rekkene nedenfor får du oppgitt og en rekursiv formel for . Du skal

1. skrive opp de fire første leddene og avgjøre om rekka er aritmetisk, geometrisk eller ingen av delene (husk å begrunne svarene).
2. finne eksplisitt formel for det *n*-te leddet.
3. finne summen av de fire første leddene ved hjelp av sumformel dersom det er mulig å bruke sumformel.
4.   
   De fire første leddene:.  
   Den rekursive formelen viser at rekka er aritmetisk med differens lik .  
   Eksplisitt formel:   
   
5.   
   De fire første leddene:.  
   Den rekursive formelen viser at rekka er geometrisk med kvotient lik .  
   Eksplisitt formel: .  
   
6.   
   De fire første leddene:  
     
   Rekka er verken aritmetisk eller geometrisk****   
   Eksplisitt formel: ****   
     
   Det er ikke mulig å bruke en sumformel.

# Oppgave 2

## Avgjør om de uendelige rekkene konvergerer, og bestem i så fall summen.

1.   
   Rekka er geometrisk med  fordi .  
   Siden, vet vi at den konvergerer og summen blir: .
2.   
   Siden telleren i brøken er fast og nevneren minker, vil leddene bli større og større. Rekka er ikke konvergent.

## Oppgave 3

Gitt den uendelige geometriske rekka   
 

1. Finn i hvilket område denne rekka konvergerer (konvergensområdet til rekka).  
   Rekka har kvotienten .   
   En uendelig geometrisk rekke konvergerer når .  
   Denne rekka konvergerer når absoluttverdien til brøken er mindre enn 1. Det blir den når absoluttverdien til er større enn 1.  
   
2. Finn summen  av rekken.  
   Summen av en uendelig geometrisk rekke er gitt ved formelen    
   og vi får at .
3. Finn ved regning summen når  og når .   
   

## Oppgave 4

Gitt rekka .

1. Vis at summen av de *n* første leddene i rekka er gitt ved.  
   Dette er en geometrisk rekke med  og .  
   
2. Bruk induksjon og vis at formelen du fant i a) er riktig.  
   Vi skal vise at  
      
     
   **Trinn 1, Induksjonsgrunnlaget**Vi skal vise at formelen gjelder for .   
     
   **Bevis** Når , har vi bare ett ledd på venstre side.  
     
      
      
     
    Formelen gjelder for .  
     
   **Trinn 2, Induksjonstrinnet**  
   Vi antar at formelen gjelder for .   
   Vi har da at  
    Vi må vise at formelen gjelder for .  
   Vi må altså vise at  
      
     
   **Bevis**  
    Vi har at   
      
     
   Vi har dermed vist at formelen gjelder for .  
   I følge induksjonsprinsippet gjelder formelen da for alle verdier av .

Del 2

**Tid:** 50 min  
**Hjelpemidler:** Alle hjelpemidler. Ikke Internett eller andre former for kommunikasjon.

## Oppgave 5

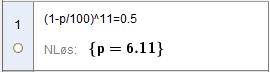
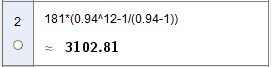
Størrelsen på den norske oljeutvinningen er avhengig av flere faktorer. Blant de viktigste er prisen på olje, tilgjengelige oljeressurser og nye oljefunn.

Av de opprinnelige totale norske oljereservene på ca. 4250 millioner m3 var ca. 3025 millioner m3 tatt ut i 2006. Den norske oljeproduksjonen nådde en topp i år 2001 med en årsproduksjon på 181 millioner m³.

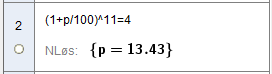
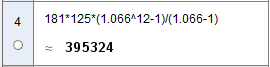
1. Vis at oljereservene ville være tømt i 2013 dersom produksjonen holdt seg på samme nivå som i 2001 og det ikke hadde blitt gjort nye funn.  
     
   Oljereservene ville vare i nesten 7 år etter 2006, altså til 2013.

Siden år 2001 har produksjonen gått nedover. I 2012 regner en med at produksjonen var ca. 50 % av det den var i 2001.

Regn med at det årlige prosentvise fallet i produksjonen har vært jevnt i perioden.

1. Bestem hvor mange prosent oljeproduksjonen har falt hvert år.  
   Vi løser likningen  med CAS i Geogebra:  
     
   Oljeutvinningen har falt med 6,1 % i året.
2. Bestem den samlede oljeutvinningen fra og med 2001 til og med 2012 når du regner med et årlig fall på 6 %.  
   Den årlige oljeutvinningen danner en geometrisk rekke med  og . Rekka har 12 ledd. Summen blir   
   Vi regner i CAS i Geogebra  
     
   Samlet utvinning i perioden har vært ca. 3100 millioner m3.

I perioden fra 2001 til 2012 er prisen på olje firedoblet. Regn med at den årlige prosentvise økningen i oljeprisen har vært jevn og gå ut fra en pris på 125 kroner per kubikkmeter olje i 2001.

1. Bestem samlet oljeinntekt i perioden.  
   Vi finner først den årlige prisøkningen i prosent:  
     
   Den årlige oljeinntekten danner en geometrisk rekke med  og . Rekka har 12 ledd. Summen blir .  
   Vi regner i CAS i Geogebra  
     
   Samlet inntekt i perioden har vært ca. 395 000 millioner kroner = 395 milliarder kroner.