Løsninger

**Innhold**

[3.1 Hva er sannsynlighet? 2](#_Toc370288188)

[3.2 Addisjon av sannsynligheter. Gunstige og mulige utfall 8](#_Toc370288189)

[3.3 Beregne sannsynligheter ved å bruke tabeller 14](#_Toc370288190)

[3.4 Beregne sannsynligheter ved å bruke Venndiagram 22](#_Toc370288191)

[3.5 Multiplikasjon av sannsynligheter 27](#_Toc370288192)

[3.6 Beregne sannsynligheter ved å bruke valgtre 35](#_Toc370288193)

[Bildeliste 38](#_Toc370288194)

3.1 Hva er sannsynlighet?

**3.1.1**  
Du skal nå gjøre et forsøk sammen med en annen elev. Dere skal kaste en terning 50 ganger hver. Det kan være lurt at en av dere kaster, mens den andre noterer resultatet. Resultatene skal føres inn i en tabell som vist nedenfor. Ta deg tid og vær nøyaktig.

Eksempel på hvordan du skal gjøre det (50 kast):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Antall øyne | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Sum |
| «Tellerad» | ||||||| | |||||||||| | ||||||||||| | |||||||| | |||||||| | |||||| | 50 |
| Antall | 7 | 10 | 11 | 8 | 8 | 6 | 50 |
| Relativ frekvens |  |  |  |  |  |  | 1 |

50 kast elev nr. 1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Antall øyne | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Sum |
| «Tellerad» |  |  |  |  |  |  |  |
| Antall |  |  |  |  |  |  |  |
| Relativ frekvens |  |  |  |  |  |  |  |

50 kast elev nr. 2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Antall øyne | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Sum |
| «Tellerad» |  |  |  |  |  |  |  |
| Antall |  |  |  |  |  |  |  |
| Relativ frekvens |  |  |  |  |  |  |  |

Ser dere noe mønster for de relative frekvensene?**3.1.2**  
Du skal nå bruke resultatene du fant i forrige oppgave.

1. Legg sammen resultatene du fikk i de to tabellene i forrige oppgave i en tabell med 100 kast.   
   Hva kan du si om de relative frekvensene?  
   Dersom du ikke har to tabeller, bruker du tallene i eksemplet som den ene tabellen.  
   100 kast med terning:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Antall øyne | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Sum |
| Antall |  |  |  |  |  |  |  |
| Relativ frekvens |  |  |  |  |  |  |  |

**3.1.3**  
Å kaste en tegnestift er også et tilfeldig forsøk. Det er to utfall av forsøket. Tegnestiften kan lande med spissen opp eller med spissen ned.   
  
Du skal nå gjøre et forsøk med en tegnestift og finne ut hva sannsynligheten er for at tegnestiften du bruker skal lande med spissen opp, eller med spissen ned, når du kaster den.

1. Hvor mange utfall har du?  
   Det er to utfall, spissen opp og spissen ned.
2. Kast en tegnestift 50 ganger og presenter resultatet i en sannsynlighetsmodell.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Utfall | Spiss opp | Spiss ned | Sum |
| Antall |  |  |  |
| Relativ frekvens |  |  |  |

1. Sammenlikn din modell med en annen elev.   
   Er modellene like? Hva kan en eventuell forskjell skyldes?  
   Forskjellen kan skyldes  
   - ulike tegnestifter

* for få kast
* forskjellig underlag

**3.1.4**  
Ved kast av to pengestykker er det tre mulige utfall, «to kron», «to mynt» eller «en kron og en mynt».

1. Skriv ned hvilken fordeling du tror det blir mellom disse tre utfallene.
2. Kast to pengestykker 50 ganger og regn ut den relative frekvensen for hvert av de tre utfallene.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Utfall | To kron | To mynt | En kron og en mynt | Sum |
| Antall |  |  |  |  |
| Relativ frekvens |  |  |  |  |

1. Ta dine resultater og legg disse sammen med sidemannen sine resultater.
2. Finn den relative frekvensen nå.
3. Presenter resultatet i en sannsynlighetsmodell.
4. Ble resultatet som du hadde forventet?

**3.1.5**

1. Hvor mange utfall har du når du kaster en vanlig terning?  
   6 mulige utfall, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Presenteres ofte som 
2. Hvor mange utfall har du dersom du kaster to terninger og summerer antall øyne?  
   11 mulige utfall 
3. Hvor mange utfall har du dersom du kaster en mynt og en terning?  
   12 mulige utfall   
   *m*1 står for mynt og 1 på terningen osv.
4. Hvor mange utfall har du i en vanlig kortstokk på 52 kort når du skal trekke ett kort?  
   Der er 52 mulige utfall.

3.2 Addisjon av sannsynligheter. Gunstige og mulige utfall  
**3.2.1**  
Tell opp hvor mange gutter og jenter det er i klassen din akkurat nå. Tenk deg at læreren din skal trekke ut en elev tilfeldig.

1. Hva er sannsynligheten for å trekke ut en jente?  
   
2. Hva er sannsynligheten for å trekke ut en gutt?  
   
3. Legg sammen sannsynlighetene. Hva oppdager du?  
   Summen av sannsynligheter skal bli 1 dersom du har regnet riktig.

**3.2.2**  
Det trekkes tilfeldig ut en elev fra en klasse på 30 elever som skal representere klassen i en komité. Hvor mange mulige utfall finnes det?  
Det er 30 mulige utfall.

**3.2.3**  
Du snurrer et lykkehjul som stanser tilfeldig på en av fargene. Se figuren til høyre.

1. Hvor mange mulige utfall finnes det?  
   Det er 4 mulige utfall, nemlig rød, blå, gul og grønn.
2. Hva er sannsynligheten for at lykkehjulet stanser på rødt?  
   Hver av fargene dekker like stor del av lykkehjulet.  
   Sannsynligheten for å stanse på rødt blir dermed .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Utfallsrom | Rød | Blå | Gul | Grønn |
| Sannsynlighet |  |  |  |  |

1. Lag en sannsynlighetsfordeling.

1. Hva er sannsynligheten for at lykkehjulet stanser på rødt eller på grønt?  
   Sannsynligheten for å stanse på rødt eller grønt blir .

**3.2.4**  
Du snurrer et lykkehjul som stanser tilfeldig på en av fargene. Se figuren til høyre.

1. Hvor mange mulige utfall finnes det?  
   Det er 6 mulige utfall, nemlig rød, blå, brun, svart, gul og grønn.
2. Hva er sannsynligheten for at lykkehjulet stanser på rødt?   
   Det ser ut som rødfargen dekker en kvart sirkel.  
   Sannsynligheten for å stanse på rødt blir dermed .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Utfallsrom | Rød | Blå | Brun | Svart | Gul | Grønn |
| Sannsynlighet |  |  |  |  |  |  |

1. Lag en sannsynlighetsfordeling.
2. La hendelsen  være at lykkehjulet stanser på rødt eller på blått?  
   Hva er sannsynligheten for hendelsen ?  
   .
3. Hva er sannsynligheten for at lykkehjulet **ikke** stanser på rødt eller på blått?  
   

**3.2.5**  
Du har 3 blå kuler, 2 røde kuler, 4 svarte kuler og 1 hvit kule i en boks.

1. Du trekker 1 kule tilfeldig fra boksen. Hvilke mulige utfall har du?  
   Det er fire mulige utfall. Kula kan være blå, rød, svart eller hvit.
2. Skriv opp en sannsynlighetsfordeling når du trekker 1 kule tilfeldig.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Utfallsrom | Blå | Rød | Svart | Hvit |
| Sannsynlighet |  |  |  |  |

**3.2.6**  
Du spiller på et lykkehjul som er delt opp i 24 like store deler. Du kjøper 4 ulike tall på lykkehjulet.

1. Hvor stor sannsynlighet har du for å vinne?

Sannsynligheten for å vinne er 

1. Hvor stor sannsynlighet har du for ikke å vinne?

Sannsynligheten for ikke å vinne vil være 

Du måtte betale 10 kroner for hvert av tallene du kjøpte, altså 40 kroner. Premien for å komme på et av de 24 tallene er 200 kr.

1. Vil det, i det lange løp, lønne seg å spille på dette lykkehjulet?

I det lange løp vil du vinne   
Når du betaler 40 kroner for de fire tallene vil det i det lange løp ikke lønne seg å spille på dette lykkehjulet (selvsagt… ).

**3.2.7**  
Vi trekker ett kort fra en tilfeldig blandet kortstokk. Vi definerer følgende hendelser:

*H*: Kortet er en hjerter

*K*: Kortet er en konge

*S*: Kortet er spar 7

1. Finn sannsynligheten for hendelsen *H*.  
   Det er 13 hjerterkort i kortstokken. Altså 13 gunstige utfall for hendelsen  og 52 mulige utfall.  
   
2. Finn sannsynligheten for hendelsen *K*.Det er fire konger i kortstokken. Altså 4 gunstige utfall for hendelsen  og 52 mulige utfall. ****
3. Finn sannsynligheten for hendelsen *S*.  
   Det er kun en spar 7 i kortstokken. Altså 1 gunstig utfall for hendelsen  og 52 mulige utfall.  
   ****

**3.2.8**  
Vi kaster en tikrone to ganger. Vi definerer følgende hendelser:

*A*: Nøyaktig en mynt

*B*: Minst en mynt

1. Skriv opp utfallene vi får når vi tar hensyn til kasterekkefølgen.  
   Utfallene blir 
2. Hva er sannsynligheten for de enkelte utfall?  
   Alle utfall har like store sannsynligheter, som er lik   
   Vi har en uniform sannsynlighetsmodell.
3. Hvilke utfall er med i hendelsen *A*?  
   Utfallene *KM* og *MK.*
4. Hvilke utfall er med i hendelsen *B*?  
   Utfallene *KM*, *MK* og *MM.*
5. Hva er sannsynligheten for hendelsen *A?*
6. Hva er sannsynligheten for hendelsen *B*?  
   

**3.2.9**  
Vi kaster en tikrone tre ganger. Vi definerer følgende hendelser:

*A*: Nøyaktig to mynt

*B*: Minst to mynt

1. Skriv opp utfallene vi får når vi tar hensyn til kasterekkefølgen.  
   Utfallene blir 
2. Hvilke utfall er med i hendelsen *A*?  
   Utfallene 
3. Hvilke utfall er med i hendelsen *B*?  
   Utfallene 
4. Hva er sannsynligheten for hendelsen *A?*

Vi har en uniform sannsynlighetsmodell 

1. Hva er sannsynligheten for hendelsen *B*?



**3.2.10**

Du kaster en terning én gang.

1. Lag en sannsynlighetsmodell. Hva slags modell er dette?  
   Vi får en uniform sannsynlighetsmodell

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Antall øyne** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **Sannsynlighet** |  |  |  |  |  |  |

Vi definerer hendelsene

: Å få et odde antall øyne

: Å få fire eller færre antall øyne

1. Hva er ?  
   Hendelsen  har tre gunstige av seks mulige utfall. 
2. Hva er ?  
   Hendelsen  har fire gunstige av seks mulige utfall. 
3. Hva er ?  
   Hendelsen  har fem gunstige, 1, 2, 3, 4 og 5, av seks mulige utfall. 
4. Hva er ?  
   Hendelsen  har to gunstige, 1 og 3, av seks mulige utfall. 

# 3.3 Beregne sannsynligheter ved å bruke tabeller

**3.3.1**  
Tabellen viser resultatene når vi summerer antall øyne ved kast av to terninger.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

1. Hva er sannsynligheten for at summen av antall øyne er 7?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at summen av antall øyne er 11?  
   
3. Hva er sannsynligheten for at summen av antall øyne er 2?  
   
4. Hva er sannsynligheten for at summen av antall øyne er 2 eller 11?  
   
5. Hva er sannsynligheten for at summen av antall øyne skal bli høyst 5?  
   Høyst 5 betyr at summen av øyne må bli 5 eller mindre.  
   
6. Hva er sannsynligheten for ikke å få 12?  
   

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

**3.3.2**  
Tabellen viser noen resultater når vi multipliserer antall øyne ved kast av to terninger.

1. Fyll ut resten av tabellen.
2. Hvilke utfall har størst sannsynlighet?  
   Utfallene 6 og 12 har størst sannsynlighet. Disse to utfallene finner vi fire ganger i tabellen. Ingen av de andre utfallene forekommer så mange ganger.
3. Hva er sannsynligheten for at produktet skal bli 12?  
   
4. Hva er sannsynligheten for at produktet skal bli 15 eller 9?  
   
5. Hva er sannsynligheten for at produktet skal bli minst 20?  
   Minst 20 betyr at produktet må være 20 eller mer.  
   
6. Hva er sannsynligheten for at produktet ikke skal bli 1 eller 2?  
   

**3.3.3**

****Tabellen nedenfor viser sannsynlighetsfordeling ved kast av en terning.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Antall øyne | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Sannsynlighet |  |  |  |  |  |  |

Vi definerer hendelsene:

*A*: Å få et partall antall øyne

*B*: Å få odde antall øyne

*C*: Antall øyne er 3 eller flere

*D*: Antall øyne er minst 3

*E*: Antall øyne er høyst 3

*F*: Antall øyne er 3 eller mindre

1. Finn sannsynligheten for hendelsene *A*  til *F*.  
   


1. Finn sannsynligheten for *A*  eller *B*.  
   Alle partallene + alle oddetallene blir alle utfallene på terningen.  
   Her kan vi legge sammen   
   
2. Finn sannsynligheten for *A*  eller *D*.  
   *A*  eller *D* blir alle partallene + oddetallene fra 3 og oppover. I alt 5 av utfallene på terningen.  
   Her kan vi ikke legge sammen  da begge disse to hendelsene inneholder utfallene 4 og 6.   
   Husk addisjonssetningen som sier at vi kan finne sannsynligheten for en hendelse ved å summere **sannsynlighetene for de utfallene** som inngår i hendelsen.   
   
3. Finn sannsynligheten for *B* eller *D*.  
   *B* eller *D* blir alle oddetallene + partallene over 3. I alt 5 av utfallene på terningen.  
   Her kan vi ikke legge sammen  da begge disse to hendelsene inneholder utfallene 3 og 5.  
   
4. Finn sannsynligheten for *D* eller *E*.  
   *D* eller *E* blir alle utfallene på terningen.  
   Her kan vi ikke legge sammen  da begge disse to hendelsene inneholder utfallet 3.  
   

**3.3.4**   
Idrettsklubben «KomiForm» har 50 medlemmer. 20 av medlemmene driver med svømming, 15 av medlemmene spiller golf. 10 av medlemmene driver med både svømming og golf.

1. Systematiser opplysningene i en krysstabell.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Utfallsrom** | **Svømming** | **Ikke svømming** | **Sum** |
| **Golf** | 10 | 5 | 15 |
| **Ikke golf** | 10 | 25 | 35 |
| **Sum** | 20 | 30 | 50 |

1. Finn sannsynligheten for at et tilfeldig valgt medlem spiller golf.  
   Sannsynligheten for at et medlem spiller golf er 
2. Finn sannsynligheten for at et tilfeldig valgt medlem spiller både golf og driver med svømming.  
   Det er 10 medlemmer som driver med både svømming og golf og sannsynligheten   
   blir 
3. Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig valgt medlem deltar i golf eller svømming?

Det er 25 medlemmer som enten deltar i golf eller svømming eller begge deler.   
Sannsynligheten blir da 

**3.3.5**   
På en videregående skole er det 120 elever i andre klasse. En dag har 60 elever hatt matematikk og 45 engelsk, mens 35 elever ikke har hatt noen av fagene.

1. Lag en krysstabell for å illustrere dette.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Utfallsrom** | **Matematikk** | **Ikke matematikk** | **Sum** |
| **Engelsk** | 20 | 25 | 45 |
| **Ikke engelsk** | 40 | 35 | 75 |
| **Sum** | 60 | 60 | 120 |

1. Hva er sannsynligheten for at en elev har begge fagene denne dagen?  
   Sannsynligheten for at elev har begge fagene blir 
2. Hva er sannsynligheten for at en elev har akkurat ett av fagene?  
   Sannsynligheten for at elev har nøyaktig ett av fagene blir 
3. Hva er sannsynligheten for at en elev har minst ett av fagene?  
   (Husk: Minst ett av fagene betyr enten ett av fagene eller begge fagene.)  
   Sannsynligheten for at elev har minst ett av fagene blir 
4. Hva er sannsynligheten for at en elev har høyst ett av fagene?  
   (Husk: Høyst ett av fagene omfatter også de elevene som ikke har noen av fagene.)  
   Sannsynligheten for at elev har høyst ett av fagene blir 

**3.3.6**   
Ved en skole ble alle mopedene tatt inn til en teknisk kontroll. Kontrollen viste at 30 % av mopedene gikk for fort, og at 15 % av mopedene hadde feil ved bremsene. 60 % av mopedene gikk verken for fort eller hadde noen feil ved bremsene.

1. Lag en krysstabell for å illustrere dette.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Utfallsrom** | **Går for fort** | **Går ikke for fort** | **Sum** |
| **Bremsefeil** | 5 % | 10 % | 15 % |
| **Ikke bremsefeil** | 25 % | 60 % | 85 % |
| **Sum** | 30 % | 70 % | 100 % |

1. Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt moped blant de som ble kontrollert både gikk for fort og hadde feil ved bremsene.  
   Av krysstabellen ser vi at 5 % av mopedene både gikk for fort og hadde feil med bremsene.
2. Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt moped blant de som ble kontrollert gikk for fort, men hadde bremsene i orden.Av krysstabellen ser vi at 25 % av mopedene gikk for fort, men hadde bremsene i orden.

**3.3.7** Ved en bedrift som produserer sykler er sannsynligheten 0,020 for at en tilfeldig valgt sykkel har en feil av type A. Sannsynligheten for at sykkelen også har en feil av type B, er 0,015. Sannsynligheten for at sykkelen har minst én av feilene, er 0,030.

1. Lag en krysstabell for å illustrere dette.

**Hvor mange sykler?**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Utfallsrom** | **Feil type A** | **Ikke feil type A** | **Sum** |
| **Feil type B** | 0,015 | 0,010 | 0,025 |
| **Ikke feil type B** | 0,005 | 0,970 | 0,975 |
| **Sum** | 0,020 | 0,980 | 1 |

Vi trekker tilfeldig en sykkel fra bedriften.

1. Hva er sannsynligheten for at sykkelen har begge feilene?  
   Sannsynligheten for at en sykkel har begge feilene er 0,015 altså 1,5 %.
2. Hva er sannsynligheten for at sykkelen høyst har en av feilene?  
   Sannsynligheten for at sykkelen har høyst en av feilene blir 

# 3.4 Beregne sannsynligheter ved å bruke Venndiagram

**3.4.1**  
I klasse 1STC er det 30 elever som har valgt fag for neste skoleår.

* 7 av elevene har valgt fysikk
* 18 av elevene har valgt IT
* 10 elever har ikke valgt noen av disse to fagene

Vi kan få en oversikt ved å lage en krysstabell

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Utfallsrom** | **Fysikk** | **Ikke fysikk** | **Sum** |
| **IT** | 5 | 13 | 18 |
| **Ikke IT** | 2 | 10 | 12 |
| **Sum** | 7 | 23 | 30 |

Eller et venndiagram

***U* = 30**

**10**

**5**

**IT**

**13**

**Fysikk**

**2**

1. Forklar tallene i tabellen og venndiagrammet.  
   Vi vet om 35 valg  til de 30 elevene i klassen. Det må bety at 5 av elevene har valgt både fysikk og IT. Kun IT blir dermed  og kun fysikk .

Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev har valgt

1. fysikk  
   
2. IT  
   
3. kun fysikk  
   
4. kun IT  
   
5. både fysikk og IT  
   
6. enten fysikk eller IT  
   
7. ingen av fagene  
   

**3.4.2**  
Ved en videregående skole er det 120 elever i andre klasse. En dag har 60 elever matematikk og 45 engelsk, mens 35 elever ikke har noen av disse fagene.

1. Lag et venndiagram som viser hvordan elevene fordeler seg på de to fagene.

Dersom vi summerer antall elever som har fagene matematikk og engelsk samt de som ikke har noen av disse fagene, kommer vi opp i 140. Når det i alt er 120 elever, må dette bety at 20 elever er **telt med to ganger**. Det er altså 20 elever som har både matematikk og engelsk. Det blir da 60 minus 20 elever som har matematikk, men ikke engelsk og tilsvarende 25 elever som bare har engelsk.

***U* = 120**

**35**

**20**

**Engelsk**

**25**

**Matematikk**

**40**

1. Hva er sannsynligheten for at en elev har både matematikk og engelsk denne dagen?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at en elev har matematikk, men ikke engelsk, denne dagen?  
   
3. Hva er sannsynligheten for at en elev har matematikk eller engelsk denne dagen?  
   
4. Hva er sannsynligheten for at en elev verken har matematikk eller engelsk denne dagen?  
   

**3.4.3**

Idrettsklubben KomiForm har 50 medlemmer. 20 av medlemmene driver med svømming, 15 av medlemmene spiller golf. 10 av medlemmene driver med både svømming og golf.

Lag et venndiagram som beskriver situasjonen.

Løsning

S

G

U

50

10

10

5

25

**3.4.4**

Ved en skole ble alle mopedene tatt inn til en teknisk kontroll. Kontrollen viste at 30 % av mopedene gikk for fort, og at 15 % av mopedene hadde feil ved bremsene. 60 % av mopedene gikk verken for fort eller hadde noen feil ved bremsene.

Lag et venndiagram som beskriver situasjonen.

Løsning

F

B

U

100 %

25 %

5 %

10 %

60 %

**3.4.5**

Ved en bedrift som produserer sykler er sannsynligheten 0,020 for at en tilfeldig valgt sykkel har en feil av type A. Sannsynligheten for at sykkelen også har en feil av type B, er 0,015. Sannsynligheten for at sykkelen har minst én av feilene, er 0,030.

Lag et venndiagram som beskriver situasjonen.

Løsning

A

B

U

1

0,005

0,015

0,010

0,970

****3.5 Multiplikasjon av sannsynligheter  
**3.5.1**  
Du kaster en tikrone to ganger.

1. Finn sannsynligheten for at du får kron i begge kastene.  
   
2. Finn sannsynligheten for at du får mynt i begge kastene.  
   
3. Finn sannsynligheten for at du får mynt i det første kastet og kron i det andre kastet.  
   
4. Finn sannsynligheten for at du får kron i det første kastet og mynt i det andre kastet.  
   

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Utfall | KK | KM | MK | MM |
| Sannsynlighet |  |  |  |  |

1. Sett opp en sannsynlighetsfordeling for forsøket.

**3.5.2**  
Du får vite at Arne og Grete har to barn. Barna er ikke tvillinger. Vi regner at ved en fødsel er sannsynligheten for å få en jente like stor som sannsynligheten for å få en gutt.

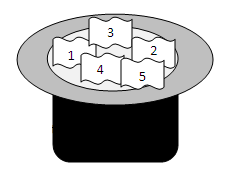
1. Hva er sannsynligheten for at Arne og Grete har to jenter?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at Arne og Grete har én jente og én gutt?  
   

**3.5.3**

Du får vite at Anne og Morten har tre barn. Barna er ikke tvillinger eller trillinger. Vi regner at ved en fødsel er sannsynligheten for å få en jente like stor som sannsynligheten for å få en gutt.

1. Hva er sannsynligheten for at hele barneflokken er jenter?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at den eldste i søskenflokken er en gutt og resten er jenter?  
   
3. Hva er sannsynligheten for at det er høyst én gutt i søskenflokken?  
   Vi har da fire gunstige utfall  av totalt 8 mulige utfall med samme sannsynlighet.   
   

**3.5.4**  
Du legger fem lapper nummerert fra 1 til 5 i en hatt og trekker etter tur ut to lapper.

1. Hva er sannsynligheten for at du først trekker nummer 3 og så nummer 4, dersom du legger tilbake den første lappen før du trekker neste lapp?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at du først trekker nummer 3 og så nummer 4, dersom du ikke legger tilbake den første lappen før du trekker neste lapp?  
   

**3.5.5**  
I en boks ligger det 4 blå, 3 røde og 5 gule kuler. Du trekker ut to kuler fra boksen. (Du legger ikke tilbake første kule før du trekker den neste.)

1. Hva er sannsynligheten for at begge kulene er røde?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at den første kula du trekker ut er blå, og den andre kula du trekker ut er gul?  
   
3. Hva er sannsynligheten for at du trekker én blå og én gul kule?  
   Her må vi passe på. Å trekke én blå og én gul kule kan gjøres på to måter. Du kan først trekke én blå kule og deretter én gul kule **eller** du kan først trekke én gul kule og deretter én blå kule.  
   

**3.5.6**

Omtrent én tidel av verdens befolkning er venstrehendte.

1. Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig person er høyrehendt?



I en klasse er det 20 elever.

1. Hva er sannsynligheten for at det ikke er noen venstrehendte i denne klassen?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at det er minst en venstrehendt i klassen?  
   **Enten** er **ingen venstrehendte** **eller** så er det **minst en venstrehendt**.   
   Vi kan da skrive 

(Ingen venstrehendte er det samme som alle høyrehendte.)

**3.5.7**I en skål ligger det 100 nøtter. 5 av nøttene er dårlige. Du tar tre nøtter tilfeldig.

1. Hva er sannsynligheten for at alle tre nøttene er fine?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at de to siste nøttene er fine, når du vet at den første var dårlig?  
   
3. Hva er sannsynligheten for at den tredje nøtta er fin, når de to første var dårlige?  
   

**3.5.8**  
Ett passord består av 5 siffer.

1. Hvor mange ulike kombinasjoner kan du få dersom du kan bruke tallene 0 til 9 akkurat som du vil?

Vi har 10 siffer å velge mellom, og kan få  mulige kombinasjoner av passordet.

1. Hvor mange kombinasjoner kan du få dersom alle tallene må være ulike?

For første tall har du 10 mulige siffer å velge mellom, for andre tall har du nå 9 siffer å velge mellom osv.

Vi får da mulige kombinasjoner av passordet.

**3.5.9 (Eksamen 2P, Våren 2008 – Del 1)**   
Figuren til høyre viser en 12-sidet terning der tallene 1, 2, 3, ... ,12 er skrevet på sidene. De 12 mulige utfallene er like sannsynlige.

1. Hva er sannsynligheten for å få 12 når du kaster terningen én gang?



1. Du kaster terningen to ganger. Hva er sannsynligheten for å få 12 begge gangene?



1. Hva er sannsynligheten for at summen av tallene på terningene er mindre enn 6 dersom du kaster terningen to ganger?  
   Setter utfallene opp i en tabell for å få oversikt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |

Det er i alt mulige utfall.  
  
Sannsynligheten for at summen er mindre enn 6 (se rutene som er markert med rødt i tabellen)blir dermed  
  
 

**3.5.10 (Eksamen 2P, Høsten 2008 – Del 1)**   
Lærer Hansen er i skitrekket med klassen sin. Det er 13 gutter og 17 jenter i klassen. Elevene tar skiheisen opp, og Hansen blir igjen nede. Han lurer på om det er en gutt eller en jente som kommer først ned bakken. Vi antar at elevene kommer ned i tilfeldig rekkefølge.

1. Hva er sannsynligheten for at den første eleven som kommer ned, er en gutt?  
   
2. Hva er sannsynligheten for at den andre eleven som kommer ned, er en jente når den  
   første var en gutt?  
   

Den andre gangen elevene tar heisen opp, er det bare 9 gutter og 6 jenter som er med.

1. Hva er sannsynligheten for at de to første som kommer ned denne gangen, er jenter?  
   

**3.5.11**

Thomas har to søsken. Ingen er tvillinger eller trillinger.

1. Hva er sannsynligheten for at de tre søsknene har gebursdag på ulike ukedager?

Vi har 7 ulike ukedager. Tenk deg at søsken nummer en har gebursdag en bestemt ukedag. Da har søsken nummer to 6 andre ukedager å ”velge” mellom. Søsken nummer tre har 5 ukedager å velge mellom.

Vi får da 

1. Hva er sannsynligheten for at minst to av søsknene har gebursdag på samme ukedag?

**Enten** har **ingen av søsknene gebursdag på samme ukedag** **eller** så har **minst to av søsknene gebursdag på samme ukedag**.

Vi får da 

Nå tar vi med foreldrene til Thomas.

1. Hva er sannsynligheten for at de fem familiemedlemmene har gebursdag på ulike ukedager?

Vi får 

**3.5.12**  
For å vinne toppgevinsten i lotto må du velge ut 7 riktige tall blant tallene fra og med 1 til og med 34. Trekningen er uten tilbakelegging. Du velger ut akkurat 7 tall.

1. Hva er da sannsynligheten for å vinne toppgevinsten i lotto?

Sannsynligheten for å vinne toppgevinsten blir 

1. Hva er da sannsynligheten for at ingen av tallene du tipper er riktige?

Sannsynligheten for at ingen av tallene er riktige blir 

1. Hva er da sannsynligheten for at minst ett av tallene er riktig?

Sannsynligheten for at minst ett av tallene er riktig blir 

# 3.6 Beregne sannsynligheter ved å bruke valgtre

**3.6.1** Vi kaster en tikrone tre ganger.

1. Tegn et valgtre som illustrerer de mulige utfallene vi kan få.

KKK

Myntkast

M

K

KK

MM

MK

KM

MMM

MMK

MKM

MKK

KMM

KMK

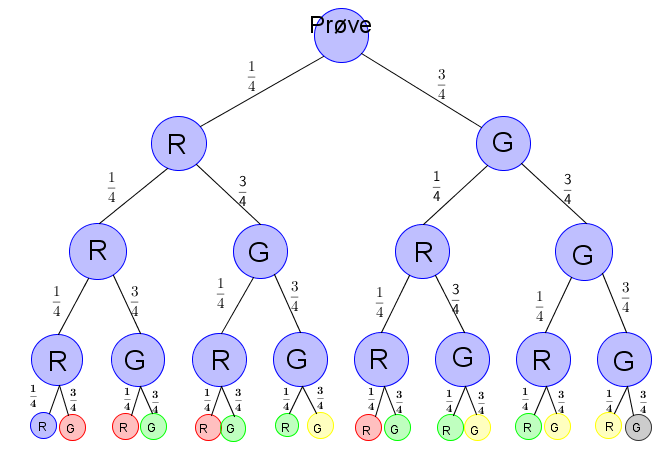
KKM

1. Hva er sannsynligheten for å få nøyaktig to mynt?  
   Vi har åtte ulike utfall. I tre av utfallene får vi nøyaktig to mynt.  
   Sannsynligheten for nøyaktig to mynt blir:   
   Her kan vi bruke ”gunstige delt på mulige - regelen” siden alle utfall er like sannsynlige (uniform sannsynlighetsmodell).
2. Hva er sannsynligheten for å få ingen kron?  
   Sannsynligheten for ingen kron er det samme som sannsynligheten for bare mynt:  
   

**3.6.2** 

Tenk deg en prøve i matematikk med fire oppgaver. På hver av oppgavene skal du krysse av i én av fire ruter for rett svar. Du er ikke forberedt, og alle svaralternativene virker like sannsynlige, så du bare gjetter.

1. Tegn et valgtre som illustrerer de mulige utfallene vi kan få.



1. Hva er sannsynligheten for å få 4 rette svar?  
   
2. Hva er sannsynligheten for å få 3 rette svar?  
   De «røde endestasjoner» viser veiene fram til 3 rette svar.  
   
3. Hva er sannsynligheten for å få 2 rette svar?  
   De «grønne endestasjoner» viser veiene fram til 2 rette svar.  
   
4. Hva er sannsynligheten for å få 1 rett svar?  
   De «gule endestasjoner» viser veiene fram til 1 rett svar.  
   
5. Hva er sannsynligheten for å få 0 rette svar?  
   

Bildeliste

**Terning** CC BY NC SA.png

**Foto:** Anne Seland Skailand/NDLA

**Tikrone** CC BY NC SA.png

**Foto:** Anne Seland Skailand/NDLA

**Golf** CC BY NC SA.png

**Foto:** Rune Holm Schulstad/Aftenposten/Scanpix

**Sykler** CC BY NC SA.png

**Foto:** Jon-Are Berg-Jacobsen/Aftenposten/Scanpix

**Øvingsoppgaver og løsninger CC BY NC SA.png**Stein Aanensen og Olav Kristensen/NDLA

**Eksamensoppgavene er hentet fra www.udir.no**