Algebra R2, Prøve 1 løsning

# Beskrivelse: Uten hjelpemidlerDel 1

**Tid:** 70 min  
**Hjelpemidler:** Skrivesaker

## Oppgave 1

En rekke er gitt ved .

Du skal

1. undersøke hva slags rekke det er.  
   Vi finner de første leddene: .  
   Det ser ut som det er en aritmetisk rekke med .  
   Undersøker om det gjelder generelt: .  
   Det er en aritmetisk rekke med .
2. finne en rekursiv formel for  .  
   Ut fra det vi fant i 1) kan vi sette .
3. vise at .  
   Vi bruker sumformel for aritmetisk rekke og den oppgitte formelen for :  
   .
4. bestemme .  
   .
5. bestemme når du får vite at  .  
   

## Oppgave 2

Bruk induksjon og vis at  når  og  for alle .

**Trinn 1, Induksjonsgrunnlaget**

Vi skal vise at formelen gjelder for .

**Bevis**

Når er





Formelen gjelder for .

**Trinn 2, Induksjonstrinnet**

Vi antar at formelen gjelder for .   
Vi har da at



Vi må vise at formelen gjelder for .

Vi må altså vise at



**Bevis**



Så setter vi inn og får

.

Vi har dermed vist at formelen gjelder for .   
I følge induksjonsprinsippet gjelder formelen da for alle verdier av .

## Oppgave 3

# 

Figuren til venstre viser 10 sirkler med samme sentrum. Radius i de 10 sirklene danner en aritmetisk tallfølge. Radius i den ytterste sirkelen er 10 og i den innerste 1.

1. Bestem tallfølgen.  
   Vi kan la være radius i den innerste sirkelen. Da er . Vi kan da finne differensen:  
     
   Tallfølgen:   
   Eller: 

Omkretsene til sirklene danner en tallfølge.

1. Undersøk hva slags tallfølge det er og bestem summen av den rekka du får når du summerer leddene.  
     
   Det er en aritmetisk tallfølge med .  
   

Arealet til sirklene danner også en tallfølge.

1. Skriv opp denne tallfølgen og finn en formel for det *n*-te leddet i tallfølgen.  
     
   Formel:

Vi kan også betrakte figuren som mange ringer lagt utenpå hverandre. Vi lager en ny tallfølge der det første leddet er arealet av den innerste sirkelen, det andre leddet er arealet av den innerste ringen, det tredje leddet er arealet av den nest innerste ringen og så videre.

1. Skriv opp leddene i denne tallfølgen og undersøk hva slags tallfølge det er.  
   .  
     
   Det er en aritmetisk tallfølge med .
2. Bestem summen av den rekka du får når du summerer leddene i denne tallfølgen.  
   Summen blir lik arealet av den ytterste sirkelen, altså .

# Beskrivelse: Med hjelpemidlerDel 2

**Tid:** 50 min  
**Hjelpemidler:** Alle hjelpemidler unntatt kommunikasjon.

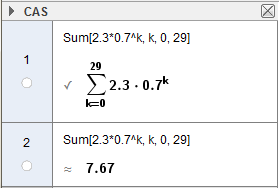
## Oppgave 4

Petter har en kronisk sykdom og er avhengig av medisiner. Hver dag tar han en tablett som inneholder 2,3 mg virksomt stoff.

Anta at dette er et stoff som ikke skilles ut av kroppen.

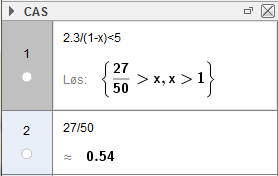
1. Hvor mye av det virksomme stoffet har han i kroppen etter en måneds bruk (30 dager) av disse tablettene?  
   Mengde etter en måned: .

I virkeligheten skiller kroppen ut 30 % av det virksomme stoffet hvert døgn.

1. Hvor mye av det virksomme stoffet har han da i kroppen etter en måneds bruk av disse tablettene?  
   Hvis vi regner like etter at han tar tablett nummer 30, kan vi summere den geometriske rekka .  
   Eller hvis vi regner et døgn etter at han tok tablett nummer 30:   
   Utregning i GeoGebra  
     
   Han har 7,7 mg(eventuelt 5,4 mg).

Det viser seg at Petter ikke tåler så store mengder av det virksomme stoffet. Han må derfor bytte medisiner. De nye tablettene inneholder like mye virksomt stoff, men produsenten hevder at kroppen skiller ut stoffet fra disse tablettene raskere.

1. Hvor stor prosent må kroppen skille ut hvert døgn dersom mengden i kroppen ikke skal overstige 5 mg etter lang tids bruk?  
   Vi setter vekstfaktoren lik *x* og får den uendelige rekka .  
   For å bestemme , må vi løse ulikheten.  
   Bruker Geogebra:



Vekstfaktoren må være mindre enn 0,54, det vil si at det må brytes ned minst 46 % av stoffet hvert døgn.

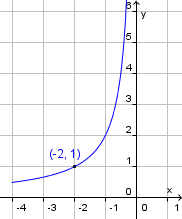
## Oppgave 5

Gitt den uendelige geometriske rekken   
 

1. Finn i hvilket område denne rekken konvergerer (konvergensområdet til rekken).  
   Rekken har kvotienten .   
   En uendelig geometrisk rekke konvergerer når .  
   Vi må løse en dobbeltulikhet for å finne for hvilke verdier av  rekken konvergerer. Dobbeltulikheten kan løses som to enkle ulikheter



1. Finn summen  av rekken.  
   Summen av en uendelig geometrisk rekke er gitt ved formelen  .  
   og vi får at .
2. Tegn grafen til .  
   Funksjonen  er bare definert i konvergensområdet, altså for .  
   Vi tegner derfor grafen til  i dette området.
3. Finn grafisk og ved regning summen når  .  
   Ved regning:  
     
   Grafisk (se grafen):  
   